АЛГЕБРА

Уроки для 10 класів

УРОК 20

Тема. Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь. Рівняння cos t = a

Мета уроку: засвоєння учнями виведення і застосування фор­мули для знаходження коренів рівняння cos t = a.

Обладнання: Таблиця «Рівняння cos t = a».

І. Перевірка домашнього завдання

Математичний диктант

Обчисліть:

1) arcsin ; 2) arcos ; 3) arctg ; 4) arcsin; 5) arccos; 6) arctg (-1);

7) arcctg (-1); 8) cos (arсcos 1); 9) sin ; 10) arcsin ; 11) arccos ; 12) arccos .

Відповіді:

1) ; 2) ; 3) ; 4) -; 5) ; 6) -; 7) ; 8) 1; 9) ; 10) ; 11) ; 12) .

II. Мотивація навчання та повідомлення теми уроку

Усім відомо, що квадратні рівняння можна розв'язувати за допомогою формули їх коренів, що значно спрощує роботу.

У математиці розглядають рівняння, у яких невідоме (змінна) входить тільки під знак тригонометричних функцій, наприклад: cos t = 1, cos t + sin t = 0. Ці рівняння називаються тригономет­ричними рівняннями. Як правило, розв'язування будь-якого тригонометричного рівняння зводиться до розв'язування най­простіших рівнянь: sin t = a, cos t = a, tg t = a, ctg t = a.

Отже, наше завдання — вивести формули для розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь і навчитися розв'язува­ти тригонометричні рівняння, які приводяться до найпростіших.

На сьогоднішньому уроці розглянемо розв'язування рівнян­ня cos t = a.

ІІІ. Сприймання і усвідомлення матеріалу про розв'язування рівняння cos t = а

Демонструється таблиця 8.

Таблиця 8

Пояснення вчителя

1. Якщо |а| > 1, то рівняння cos t = а не має розв'язків, по-скільки |cos t| < 1 для будь-якого t.

2. Якщо |а| < 1, то враховуючи те, що cos t — абсциса точки Рt одиничного кола, маємо: абсцису, рівну а, мають дві точки (рис. 122) одиничного кола(на осі ОХ відкладемо число а і через побудова­ну точку проведемо пряму, перпенди­кулярну до осі абсцис, яка перетне коло у двох точках і . Тоді

t1 = arccos a + 2πn, nZ,

t2 = - arccos а + 2πn, nZ.

Ці розв'язки можна об'єднати

t = ± arccos a + 2πn, nZ (1)

3. Якщо а = 1, то, враховуючи те, що cos t — це абсциса точки Рt одиничного кола, маємо: абсцису, рівну 1, має точка Рt утворена із точки Р0(1; 0) по­воротом на кути 2πn, nZ. Отже, t = 0 + 2πn = 2πn, nZ.

4. Якщо а = -1, то маємо t = n + 2πn, nZ. Корені рівнянь: cos t = 1, cos t = -1, cos t = 0 також можна одержати із фор­мули t = ± arccos a + 2πn, nZ. Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння cos x = .

Розв'язання

Згідно з формулою (1) маємо:

х = ± arccos + 2πn, nZ.

Оскільки arccos = , то маємо: х = ± + 2πn, nєZ.

Відповідь: ± + 2πn, nZ.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння cos x = .

Розв'язання

Оскільки > 1, то рівняння коренів не має.

Відповідь: коренів немає.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння cos x = 0,37.

Розв'язання

Згідно з формулою (1) маємо:

х = arccos 0,37 + 2πn, nZ.

Значення arccos 0,37 знайдемо за допомогою мікрокалькуля­тора: arccos 0,37 1,19, тоді х ± 1,19 + 2πn, nZ.

Відповідь: arccos 0,37 + 2πn ± 1,19 + 2πn, nZ.

Приклад 4. Розв'яжіть рівняння cos x = -.

Розв'язання

Згідно з формулою (1) маємо: х = ±arccos + 2πn, nZ.

Оскільки arccos = n - arccos = n - = , то x = ± + 2πn, nZ.

Відповідь: ± + 2πn, nZ.

IV. Осмислення вивченого матеріалу

Виконання вправ\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Розв'яжіть рівняння.

1. a) -2cos х = 1; б) cos 2х - 1 = 0; в) 2cos = ; г) - 2cos = 0.

Відповідь: а)±+2πn, nZ; б) πn, nZ; в) ±+πn, nZ; г) ± +, nZ.

2. a) cos x cos 3х = sin 3x sіn x;

б) cos 2x cos х + sin 2x sin х = 1;

в) cos2 х - sin2 х = 0,5;

г) 2sin2x = 1.

Відповідь: а) +, nZ; б) 2πn, nZ; в) ±+πn, nZ; г) +, nZ.

3. а) 6соз2х + cos x – 1 = 0;

б) cos x + 3cos х = 0;

в) 4cos2x – 3 = 0;

г) cos2х = 1 + sin2x.

Відповідь: а) ± + 2πn; ± arccos + 2πn, nZ; б) + πn, nZ; в) ±+ 2πn і ± + 2πn, nZ; г) , nZ.

4. а) (1 + cos x)(3 – 2cos x) = 0;

Відповідь: а) n + 2πn, nZ.

V. Підсумок уроку

VI. Домашнє завдання

Розділ II § 2 (2). Запитання і завдання для повторення до роз­ділу II № 13—15. Вправи № 1 (9; 10; 13), № 2 (2; 4; 7).