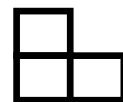


Завдання I етапу
Всеукраїнських учнівських олімпіад з математики

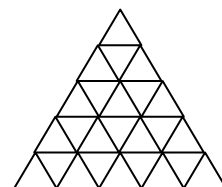
6 клас

1. Дев'ять автобусних зупинок розташовані на прямій вулиці так, що відстані між будь-якими сусідніми зупинками однакові. Між першою і третьою зупинкою відстань 600 м. Яка відстань між першою і останньою зупинкою?
2. Петрик купив декілька яблук і приніс їх додому. Сестра запитала його: «Скільки ти заплатив за ці яблука?». Петрик відповів: «Здогадайся! Я купив у 4 рази більше яблук, ніж ти учора, але заплатив за кожне яблуко в 3 рази менше». Скільки грошей витратив Петрик, якщо його сестра витратила 6 гривень? Відповідь обґрунтуйте.
3. Яку найбільшу кількість фігурок виду (див. мал.), які складаються із трьох квадратів 1×1 , можна вирізати із прямокутника в клітинку розміром 20×10 ? Вирізати фігурки потрібно по сторонах клітинок прямокутника. Відповідь обґрунтуйте.



7 клас

1. Знайдіть усі трицифрові числа, які зменшуються в п'ять разів після викреслення першої цифри. Відповідь обґрунтуйте.
2. В акваріумі живе 200 рибок. З них 1% голубого кольору, решта жовті скільки жовтих рибок потрібно забрати з акваріуму, щоб голубі рибки становили 2% рибок, що залишилися в акваріумі?
3. Трикутник розбили на 25 трикутників, які утворюють трикутну ґратку (див. мал.). У комірці цієї ґратки розставили натуральні числа від 1 до 25, по одному числу до кожної комірки. Доведіть, що сума якихось двох чисел, які стоять у сусідніх (таких, що мають спільну сторону) комірках, є парною.



Завдання I етапу
Всеукраїнських учнівських олімпіад з математики

8 клас

1. Скільки коренів має рівняння $(x^3 + 1)^2 + |x^2 + x| = 0$?
2. Ціну яблук підняли на 20%. Однак для того, щоб записати нову ціну за 1 кг яблук у гривнях, продавцеві було достатнім поміняти місцями цифри числа, записаного на ціннику. Скільки гривень коштував 1 кг яблук до їхнього подорожчання, якщо ця ціна була меншою за 100 гривень? Відповідь обґрунтуйте.
3. Кубок країни з футболу проводиться за олімпійською системою (нічий не буває; команда, яка програє вибуває). Участь беруть 47 команд. Скільки матчів буде зіграно для визначення володаря кубка?
4. ABCD – опуклий чотирикутник. Відомо, що $\angle CBD = \angle CAB$ і $\angle ACD = \angle BDA$. Доведіть, що $\angle ABC = \angle ADC$.

9 клас

1. Відомо, що $3x^2 + 5xy - 2y^2 = 0$. Знайдіть найменше значення $\frac{x}{y}$.
2. Рівність $(x^2 + ax + 2)(x + 3) = (x + b)(x^2 + cx + 6)$ є тотожністю. Знайдіть суму $a + b + c$.
3. Про дійсні числа a і b відомо, що $0 \leq a \leq 1$, $0 \leq b \leq 1$. Доведіть, що $0 \leq a^{17} - a^{10} \cdot b^7 + b^{17} - a^7 b^{10} \leq 1$.
4. Точка M – середина сторони BC трикутника ABC. На відрізку AM відмітили точки K і L так, що $AK = 2LM$ і $\angle ALC = 90^\circ$. Доведіть, що $\angle BKM = \angle CAM$.

Завдання I етапу
Всеукраїнських учнівських олімпіад з математики

10 клас.

1. Скільки спільних точок з прямою $y=-1$ має графік функції $y = \begin{cases} -|x+2|, x \leq -1, \\ -x^2 - 2x, x > -1. \end{cases}$
2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} y^2 + 2y\sqrt{x^2 - 1} = 26 - x^2, \\ y^2 + y\sqrt{x^2 - 1} = 10 \end{cases}$
3. На стороні АВ чотирикутника ABCD відмітили таку точку К, що трикутник СКD рівносторонній, а на стороні CD –таку точку N, що трикутник ANB рівносторонній. Доведіть, що ABCD – трапеція.
4. Чи можна правильний трикутник розташувати на координатній площині так, щоб всі його вершини мали цілочисельні координати? Відповідь обґрунтуйте.

11 клас

1. Побудуйте графік рівняння $(x - |x|)^2 + (y - |y|)^2 = 4$.
2. Нехай SABCD - правильна чотирикутна піраміда, М – середина ребра SC. Знайдіть відношення об'ємів пірамід SABCD і SMBAD.
5. Додатні числа a, b і c такі, що $ab + bc + ac = \frac{3}{2}$. Доведіть нерівність $\frac{a}{\sqrt{1-b^2}} + \frac{b}{\sqrt{1-c^2}} + \frac{c}{\sqrt{1-a^2}} \geq 3$.
6. Чи можна правильний п'ятикутник розташувати на координатній площині так, щоб усі його вершини мали цілочисельні координати? Відповідь обґрунтуйте.