**Функції. Властивості та графіки функцій.**

Основні означення та властивості повторити опрацювавши §2 з підручника.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Функція* — *це залежність змінної у від змінної х, при якій кожному значенню х відповідає єдине значення у.*** | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | Позначається: *y = f(x),* де *х* — аргумент (незалежна змінна); *у* — функція, значення функції (за­лежна змінна); *f(x0)* — значення функції в точці *х0.* | | | | | |
| *Приклад.* Дано функцію *f(x) = x*2 *-* 3*х +* 2.  Знайдемо: 1) *f* (0) 2) *f* (-1); 3) *f* (*а*).  *Розв’язання* | | | | | | | | | | | | |
| 1) *f* (0) = 02 – 3 ∙ 0 + 2 = 2;  2) *f* (-1) = (-1)2 – 3 ∙ (-1) + 2 = 6;  3) *f* (*a*) *= a*2 – 3*a* + 2. | | | | | | | | | | | | |
|  | ***Область визначення функції D(f)***— це множина всіх зна­чень, яких набуває аргумент. | | | | | | | | | |
|  | **Як знайти область визначення функції** *y = f(x)* | | | | | | | | | |
|  | 1. Якщо *f(x)* — многочлен, то *D(f) = R.* | | | | | | | | | |
| 2. Якщо , *D(f)* знаходимо з умови: *Q(x)* 0(зна­менник дробу не дорівнює 0). | | | | | | | | | |
| 3. Якщо , то *D(f)* знаходимо з умови: *R(x) ≥* 0. | | | | | | | | | |
| *Приклад.* Знайдемо область визначення функції: 1) *у =* 3*х*2 *– х +* 1; 2) *у* = ; 3) . | | | | | | | | | |
|  | *Розв'язання* | | | | | | | | | |
|  | 1) 3*х*2 – *х* + 1 — многочлен, тому *D(y) = R*;  2)  існує, коли 3*х* – 2 ≥ 0; *х ≥* . Отже, *D(y)=* ;  3)  існує, коли *х*2 – 3*x* 0; *х  0; х* 3.  Отже, *D(y)* = (-∞; 0)(0; 3)(3; +∞). | | | | | | | | | |
|  | ***Область значень функції E(f)*** *—* множина всіх значень змінної *у,* яких вона може набувати при всіх значеннях аргу­менту, взятих з *D(f).* | | | | | | | | | |
|  | *Приклад.* Знайдемо область значень функції *у =* + 1.  *Розв'язання* | | | | | | | | | |
|  | При всіх *x D(f)* ≥ 0, тому +1 ≥ 1, отже, для функції *у =* + 1 *Е(у) =* [1; +∞). | | | | | | | | | |
|  | ***Числовою функцією***називають функцію, область визначен­ня й область значень якої є числовими множинами. | | | | | | | | | |
|  | ***Графіком функції*** *y = f(x)* називають множину всіх точок координатної площини з координатами *(х; f(x)),* де *х* «пробігає» всю область визначення *f(x)* (a *y —* відповідне значення функ­ції / у точці *х).* | | | | | | | | | |
|  | **Деякі елементарні функції та їхні графіки** | | | | | | | | | |
|  | 1. *y = kx + b* —лінійна функція | | | | | | | 2. *у = x*2 | | |
|  | 3. *у =* | | | | | | | | 4. *y* = | |
|  |  | | | | | | | |  | |
| **Властивості функції** | | | | | | | | | | | |
| 1.Якщо для функції *y = f(x)* виконується умова *f* (*х*0) = 0 (*х*0  D( *f* )), то *х*0 — нуль функції. | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | На рисунку *х*1, *х*2, *х*3 — нулі функції  ( *f* (*x*1) = *f* (*x*2) = *f* (*x*3) = 0).  Проміжки (-∞; *x*1), (*x*1; *x*2), (*х*2; *х*3), (*х*3; +∞) — проміжки знакосталості функції *y = f(x)*. | | | | | |
| 2. | | |  | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | |
| ! Якщо необхідно визначити, чи є функція *y = f(x)* зрос­таючою/спадною на даному проміжку, то: | | | | | | | | | | | |
| а) покладають умову *х*2 > *х*1; | | | | | | | | | | | |
| б) записують різницю *f(x*2*) – f(x*1*)* та перетворюють її так, щоб можна було визначити її знак; | | | | | | | | | | | |
| в) якщо *f(x2) – f(x*1*)* > 0, то *f(x*2*) > f(x*1*)*, і при умові *х*2 > *х*1 це означає, що *f(x)* зростає на даному проміжку; | | | | | | | | | | | |
| г) якщо *f(x*2*) – f(x*1*) <* 0, то *f(x*2*)<f(x*1*)*, і при умові *х*2 > *х*1 це означає, що *f(x)* спадає на даному проміжку. | | | | | | | | | | | |
|  | | **Найпростіші перетворення графіків функцій** | | | | | | | | |  | |
|  | | № з/п | | Формула залежності | Приклад | | | | | Перетворення |  | |
|  | | 1 | | *y* = -*f(х)* |  | | | | | Симетрія відносно осі *Ох* |  | |
|  | | 2 | | *y* = *f(х)* + *a* |  | | | | | Паралельне перене­сення вздовж осі *Оу* на а одиниць (якщо *а*> 0, то вгору, якщо *а*< 0, то вниз) |  | |
|  | | 3 | | *y* = *f(х + a)* |  | | | | | Паралельне перене­сення вздовж осі *Ох* на +*а* одиниць (якщо *а*> 0 — вліво, якщо *а*< 0 — вправо) |  | |
|  | | 4 | | *y* = *kf(х)* *(k >* 0*)* |  | | | | | Той самий вигляд, що і *y* = *f(x)*, тільки розтяг-нуто, якщо *k* > 1, і стиснуто, якщо 0 < *k* < 1 |  | |
|  | |  | |  |  | | | | |  |  | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***Функція виду у* = *ax*2 *+ bx + c, де а  0, називається квадра­тичною.*** | | | | | |
| *Наприклад:* — квадратичні функції. | | | | | |
| Графік квадратичної функції — парабола, вітки якої на­прямлені вгору, якщо *а* > 0, і вниз — якщо *а* < 0 . | | | | | |
| Координати вершини (*х*0; *у*0)параболи графіка *у = ах*2 *+ bх + с* обчислюються за формулами: | | | | | |
| ;  або | | | | | |
| *Наприклад:* у функції *у* = *х*2 + 2*х* – 3, яка є квадратичною, графік — парабола. Вітки параболи напрямлені вгору (*а* = 1 > 0), а координати вершини: | | | | | |
| ; | | | | | |
| або *y*0 = *f* (-1) = (-1)2 + 2 ∙ (-1) – 3 = 1 – 2 – 3 = -5 + 1 = -4. | | | | | |
| Тобто вершина параболи (-1; - 4). | | | | | |
|  | **Побудова графіка функції *у*** *=* ***ах2 + bх + с, а*** **0.** | | | |
|  | Спосіб 1 | | Спосіб 2 | |
|  | 1. Обчислити абсцису вершини | | 1. Виділити повний квадрат:  *ах*2 *+ bх + с = а*= | |
|  | 2. Підставити *х0* у рівняння і знайти *у0.*  3. Побудувати параболу *у = ах*2 з вершиною в точці *(х0; у0).* Якщо *а >* 0, вітки парабо­ли напрямлені вгору, якщо *а <* 0 — вниз.  4. Для більшої точності побудови знайти точки перетину графіка з координатними осями. | | *= а**=* .  2. Використавши схему геоме­тричних перетворень графіків функцій, виконати побудову параболи *у**= х2,* потім її розтяг­нення (або стиснення) до параболи *у**= ах2,* а потім виконати паралельне перенесення *у**= ах2* вздовж осі *Ох* на *– т* і вздовж осі *Оу* на *п.* | |
| **Властивості квадратичної функції**  **(функції виду *у = ax*2 *+ bx + c, а*** **0)** | | | |
| *а* > 0 | | *а <* 0 | |
| 1. *D(y) = R*  2. *Е(у) =* [*у*0; *+∞*) | | 1. *D(y) = R*  2. *Е(у)* = (-∞; *y*0] | |
| (*у*0 — ордината вершини параболи) | | | |
| 3. а) Функція зростає, якщо  *х*  [*х*0; +∞)  б) Функція спадає, якщо  *х* (-∞; *х*0] | | 3. а) Функція зростає, якщо  *х*  (-∞; *х*0]  б) Функція спадає, якщо  *х* [*х*0; *+∞*) | |
| (*х0* — абсциса вершини параболи) | | | |
| 4. а) Якщо *D* > 0, то  *у* > 0 при *х* (-∞; *х*l)(*x*2; +∞),  *у <* 0при *x* (*x*1; *x*2) | | 4. а) Якщо *D >* 0*,* то  *у* > 0 при *х* (*х*1; *х*2),  *у <* 0при *x* (-∞; *x*1)(*x*2; +∞) | |
| (*х*1, *х*2– нулі функції) | | | |
| б) Якщо *D =* 0*,* то *у* > 0  при *х  х*1 *х*2 | | б) Якщо *D =* 0,то *у* < 0  при *х*  *х*1  *х*2 | |
| в) Якщо *D <* 0,то *у* > 0 при *x  R* | | в) Якщо *D <* 0,то *у* < 0 при *х*  *R* | |

**Розв’яжіть завдання зі збірника на ДПА.**

[**http://deltamatem.km.ua/books/DPA9klas.pdf**](http://deltamatem.km.ua/books/DPA9klas.pdf)

Варіант 17, № 1.5; 1.6.

Варіант 19, №1.4.

Варіант 20, № 1.4; 1.6.

Варіант 21, № 1.5; 1.6.

Варіант 22, № 1.7.

Варіант 26, № 1.4; 2.1.

Варіант 28, № 1.6; 2.1.

Варіант 30, № 1.7.

Варіант 3, № 3.1.

Варіант 5, № 3.1.

Варіант 19, № 3.1.

Варіант 23, № 3.1.

Варіант 47, № 3.1.

**Розв’язані завдання (фотографія, або електронний варіант) відправити на адресу** [**bonchykmm77@gmail.com**](mailto:bonchykmm77@gmail.com)