МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ ХМЕЛЬНИЦЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
ХМЕЛЬНИЦЬКЕ ТЕРИТОРІАЛЬНЕ ВІДДІЛЕННЯ
МАЛОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ
СЛАВУТСЬКА РАЙОННА ФІЛІЯ

Відділення: математика
Секція: прикладна математика

ДЕЯКІ СПОСОБИ ШВИДКИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Роботу виконала:
Кончук Єлизавета Іванівна,
учениця 7 класу Клепачівського
навчально-виховного комплексу

Педагогічний керівник:
Фаткін Максим Андрійович,
вчитель математики
Клепачівського НВК

Клепачі – 2020

Деякі способи швидких обчислень

Конончук Єлизавета Іванівна
Славутська районна філія
Клепачівський навчально-виховний комплекс, 7 клас
с. Клепачі, Славутський р-н, Хмельницька обл.
Фаткін Максим Андрійович, вчитель математики
Клепачівського навчально-виховного комплексу

Мета роботи: дослідити і навчитися застосовувати різні способи швидкого виконання арифметичних дій, для розвитку пам’яті, швидкості реакції та вміння сконцентровуватись.

Актуальність теми: математика має неоціненний вплив на розвиток логічного мислення, просторових уявлень, інформаційної культури, уваги, пам’яті. Знати математику – це вміти її застосовувати. Опанування способів швидкої лічби стане в пригоді не лише науковцям, а й звичайним людям у повсякденних життєвих ситуаціях.

Для того, щоб зрозуміти, яку роль в нашому житті відіграють цифри, достатньо поставити простий експеримент. Спробуйте деякий час обійтися без них. Без цифр, без обчислень, без вимірів… Як встигнути на зустріч вчасно? Відрізнити один автобус від іншого? Зателефонувати? Купити хліб, ковбасу, чай? Спробуйте швидко перемножити 65 на 23? Не виходить? Рука сама тягнеться за мобільником з калькулятором. А, між тим, напівписьменні селяни ще 200 років тому спокійно робили це, користуючись лише першим стовпчиком таблиці множення – множення на два. Не вірите? А даремно. Це – реальність.

Навіть не знаючи чисел, люди вже намагалися порівнювати. Якщо нашим предкам, які мешкали в печерах і носили шкури, потрібно було помінятися чим-небудь з сусіднім племенем, вони робили це просто: розчищали майданчик і викладали, наприклад, наконечник стріли, поруч лягала риба або жменя горіхів. І так до тих пір, поки не закінчувався один з обмінних товарів, або глава «торгової місії» не вирішував, що вже вистачить. Примітивно, але, по-своєму, дуже зручно: і не заплутаєшся, і не обдурять.

З освоєнням скотарства завдання ускладнилося. Велике стадо потрібно було якось рахувати, щоб знати, чи всі кози або корови на місці. «Рахунковою машиною» неписьменних, але розумних пастухів став довбаний гарбуз з камінчиками. Як тільки тварина покидала загін, пастух клав в гарбуз камінчик. Увечері стадо поверталося, і пастух виймав по камінчику. Якщо гарбуз порожнів, він знав, що зі стадом все в порядку. Якщо залишалися камінчики – йшов шукати втрату.

Коли з'явилися цифри, справа пішла веселіше. Хоча, ще довго у наших предків в ходу було лише три числівники: «один», «пара» і «багато».

Чи може людина, рахуючи усно, обігнати того, хто виконує обчислення на комп'ютері? Тут відповідь – так! Адже, щоб отримати відповідь від «чорної валізки», дані в неї необхідно спочатку ввести. Це буде робити людина за допомогою пальців або голосом. А всі ці дії мають обмеження за часом. Калькулятор вміє виконувати лише дві операції: додавання і віднімання. Множення для нього – це множинне додавання, а ділення – множинне віднімання. Наш мозок рахує по іншому.

Своє дослідження я проводила так: опрацювала матеріали, знайдені в домашній, шкільній та сільській бібліотеці, інтернет-ресурси, узагальнила зібраний матеріал та представила його у цій роботі.

Я прийшла до висновку, що вміння швидко і правильно рахувати допомагає не лише зекономити власний час, а й розширити власний світогляд і розвинути пам'ять, швидкість реакції, вміння сконцентровуватися. Навички швидкого обчислення є важливим елементом загального та математичного розвитку. Під час усних обчислень розвиваються такі якості людини, як уважність, зосередженість, витримка, кмітливість, самостійність. Будь-яке обчислення усно можна виконати різними способами.

ЗМІСТ

ВСТУП

Із давніх-давен усіх дивувала, зачаровувала, приваблювала і водночас дратувала здатність деяких людей швидко й правильно усно виконувати досить складні обчислення. Історія дбайливо зберігає імена таких диво-рахівників. Це і Метью ле Кок та Семюел Пепіс, що жили у XVII столітті, і Джедедія Бакстон та Томас Фуллер, відомості про яких дійшли до нас від початку XVIII століття, Андре Ампер і Карл Гаусс; це і наш співвітчизник Роман Семенович Арраго – людина, наділена рідкісною здатністю майже блискавично усно виконувати найскладніші обчислення.

Феномен особливих здібностей в усному рахунку зустрічається з давніх-давен. Проте вміння швидко рахувати було притаманне і тим людям, чия професія була далекою від математики як науки загалом.

До другої половини XX століття на сцені були популярними виступи фахівців в усному рахунку. Іноді вони влаштовували показові змагання між собою. Відомими «суперкалькуляторами» були Арон Чиквашвілі, Давид Гольдштейн, Юрій Гірський, Борислав Гаджанські, Вільям Клайн та інші.

Сучасний рівень розвитку суспільства взагалі, й різних сфер людської діяльності зокрема, характеризується повсюдним впровадженням комп’ютерної техніки і економіко-математичних методів у всі галузі економіки. Математичні розрахунки є необхідною складовою роботи сучасних інженерів, економістів і будь-яких спеціалістів, які раніше ніколи не стикалися з необхідністю виконувати обчислювальні операції. Та навіть зараз, за умови повсюдної комп’ютеризації, актуальною лишається проблема швидкої лічби. Адже відсутність навичок швидких наближених обчислень часто змушує відмовлятися від оціночних розрахунків, від розгляду низки варіантів, таких необхідних для прийняття грамотного і правильного рішення.

Оволодіння раціональною, швидкою та витонченою технікою лічби потребує певних зусиль, а головне – творчого ставлення до процесу обчислень, адже найефективніші методи, які дають найбільший виграш в обчислювальній роботі, ґрунтуються на свідомому використанні основних особливостей чисел, які застосовуються в обчисленнях.

Уміння раціоналізувати обчислення є одним із критеріїв математичної культури. Воно потребує не лише міцних знань теоретичного матеріалу, але й таких якостей мислення, як гострота, гнучкість, спостережливість, критичність, кмітливість.

У книзі У. Беллюстина «Як люди поступово дійшли до справжньої арифметики» (1914) викладено 27 способів множення, причому автор зауважує: «Можливо, що є ще способи, приховані в книгозбірнях, розкидані у численних, переважно рукописних, збірниках». Сучасний спосіб множення описаний там під назвою «шахового».

Цікаво, що наш спосіб множення також є недосконалим. Можна придумати ще швидші та надійніші. Одним із таких є таблиця множення на «пальцях».

Мабуть, єдина науково обґрунтована і докладно розроблена система швидкої усної лічби була створена у роки Другої світової війни цюріхським професором математики Я. Трахтенбергом. Вона відома під назвою «Система швидкої лічби». Історія її створення незвичайна. У 1941 році гітлерівці кинули Трахтенберга до концтабору. Щоб вціліти в нелюдських умовах і зберегти нормальну психіку Трахтенберг почав розробляти принципи прискореної лічби. За чотири жахливих роки у концтаборі вдалося створити струнку систему прискореного навчання дорослих і дітей основам швидких обчислень. По закінченні війни Трахтенберг створив і очолив Цюріхський математичний інститут, який одержав всесвітню популярність.

Система швидкого рахунку за Трахтенбергом полягає в закономірностях множення чисел. Щоб виконати множення на 11, 12, 6 тощо треба знати і пам’ятати алгоритми виконання. Цим система є незручною, але вона показує, якою гарною є математика, якщо людина відкриває таємниці її закономірностей і вчиться застосовувати їх практично.

Навіщо потрібен усний рахунок, якщо на дворі 21 століття, і всілякі гаджети здатні чи не блискавично виробляти будь-які арифметичні операції?

Можна навіть не тикати в смартфон пальцем, а дати голосову команду – і негайно отримаєш правильну відповідь. Зараз це успішно роблять навіть школярі молодших класів, яким лінькі самостійно ділити, множити, додавати і віднімати.

Але у цієї медалі є й зворотний бік: вчені попереджають, що якщо мозок не тренувати, не навантажувати роботою і полегшувати йому завдання, він починає лінуватися, його розумові здібності знижуються. Точно так само без фізичних тренувань слабшають і наші м’язи.

Про користь математики говорив ще Михайло Васильович Ломоносов, називаючи її найгарнішою з наук: «Математику вже за те любити треба, що вона розум у порядок приводить».

Усний рахунок розвиває увагу, пам’ять, швидкість реакції. Недарма з’являються все нові і нові методики швидкого усного рахунку, призначені і для дітей, і для дорослих. Одна з них – японська система усного рахунку, в якій використовуються стародавні японські рахунки «соробан». Сама методика була розроблена в Японії 25 років тому, а зараз її з успіхом застосовують і в деяких наших школах усного рахунку. В ній використовуються візуальні образи, кожен з яких відповідає певному числу. Таке навчання розвиває праву півкулю мозку, яка відповідає за просторове мислення, побудову аналогій.

Цікаво, що всього за два роки учні таких шкіл (сюди приймають дітей у віці 4-11 років) навчаються здійснювати арифметичні дії з двоцифровими, а то і трицифровими числами. Малюки, які не знають таблиці множення, додають і віднімають великі числа, множать їх, не записуючи у стовпчик. Але, звичайно ж, мета навчання – це збалансований розвиток правої і лівої півкуль головного мозку.

Оволодіти усним рахунком можна і з допомогою задачника «1001 завдання для усного рахунку в школі», складеного ще в 19 столітті сільським учителем і відомим педагогом-просвітителем Сергієм Олександровичем Рачинським. На користь цього задачника говорить той факт, що він витримав кілька видань.

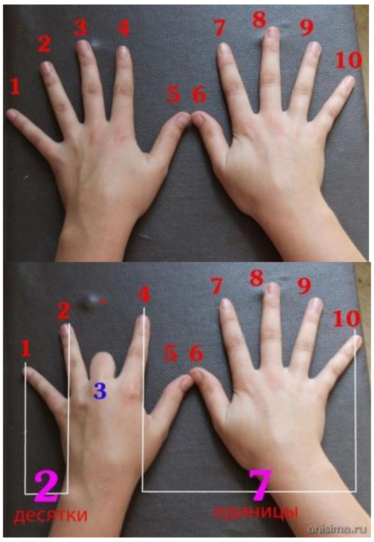
РОЗДІЛ 1
ЦІКАВИЙ СПОСІБ МНОЖЕННЯ «НА ПАЛЬЦЯХ»

1.1. Таблиця множення на 9

Чи потрібно вчити таблицю множення? Діти цього, як правило, терпіти не можуть. І правильно роблять. Ні до чого її вчити! Але не поспішайте обурюватися. Ніхто не стверджує, що таблицю не потрібно знати. Її винахід приписують Піфагору, але, швидше за все, великий математик лише надав закінчену, лаконічну форму того, що вже було відомо. На розкопках стародавньої Месопотамії археологи знайшли глиняні таблички з сакраментальним: «2 · 2». Люди давно користуються цією надзвичайно зручною системою обчислень і відкрили безліч способів, які допомагають осягнути внутрішню логіку і красу таблиці множення, зрозуміти – а не тупо, механічно зазубрити.

Математика – це наука «думаючого мозку» і вчити її потрібно, враховуючи, що існує безліч схем і алгоритмів для розв’язування того чи іншого питання.

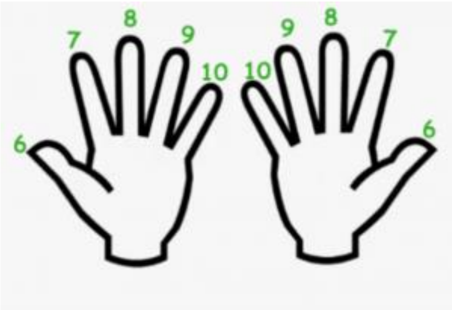
У стародавньому Китаї таблицю починали вчити з множення на 9. Так простіше, і не в останню чергу тому, що множити на 9 можна “на пальцях”.



Розглянемо цей спосіб. Покладемо обидві руки на стіл долонями вниз. Позначимо перший зліва палець – 1, другий – 2 і т.д., як це показано. Щоб помножити довільне число від 1 до 9 на 9, подивимось на руки.

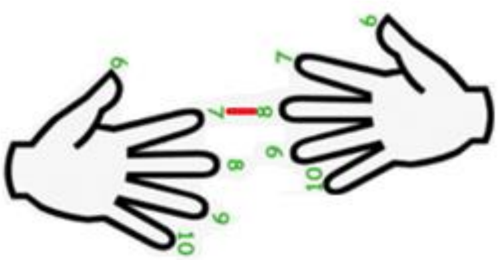
Припустимо, що потрібно знайти добуток 9 · 3 Згинаємо палець, який відповідає числу, на яке множимо число 9 (тобто третій), рахуємо пальці до загнутого пальця (в нашому випадку – це 2), потім рахуємо пальці після загнутого пальця (в нашому випадку – 7). Пальці до загнутого означають десятки, після загнутого одиниці, тому отримали число 27.

1.2. Множення на 6, 7 та 8



Розглянемо спосіб, як помножити два числа від 6 до 10. Операція множення проводиться за такою схемою. Подумки пронумеруйте пальці рук наступним чином: повертаємо кисті рук долонями до себе і позначимо кожен палець руки від 6 до 10 починаючи з мізинця.

Розглянемо множення 7·8.



Для цього з'єднаємо палець №7 лівої руки з пальцем №8 правої. А тепер порахуємо пальці: кількість пальців під з'єднанням (у нашому випадку 5) — це десятки.

Кількість пальців лівої руки, що залишилися зверху (разом з з'єднанням), множимо на пальці, що залишилися зверху (разом з з'єднанням) правої руки — це і буде число одиниць (3·2=6). Отже добуток чисел 7 і 8 дорівнює 56.

Якщо при множенні «одиниць» у результаті маємо число більше 9, то додаємо його десятки до попередніх десятків.

Це лише один з найпростіших прийомів "пальцевого" множення. Їх багато. "На пальцях" можна оперувати числами до 10 000!

У "пальцевої" системи є бонус: її можна сприймати як веселу гру. Охоче займаючись обчисленнями, отримуємо масу позитивних емоцій і в результаті швидко починаємо виконувати всі операції усно, без допомоги пальців.

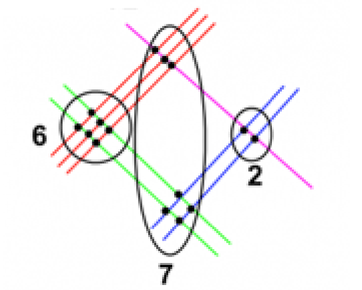
РОЗДІЛ 2
ГРАФІЧНІ СПОСОБИ МНОЖЕННЯ

2.1. Японський спосіб множення

Щоб множити багатоцифрові числа, пальців не достатньо, тому використовують графічний спосіб. Одним з таких є японський.

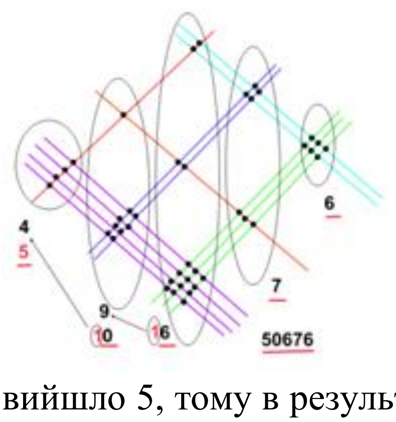
Розглянемо приклад 32·21.

На аркуші паперу по черзі малюємо лінії, кількість яких визначається за множниками прикладу.



Для множника 32 проводимо: 3 червоні лінії і трохи нижче – 2 сині. А для 21 перпендикулярно вже накресленим, проводимо спочатку 2 зелені, потім – 1 малинову. ВАЖЛИВО: лінії першого числа малюються в напрямку з верхнього правого кута в нижній лівий, другого числа – з нижнього правого, у верхній лівий. Потім рахуємо кількість точок перетину у кожній з трьох областей (на малюнку області позначені у вигляді кіл). Отже, в першій області (область сотень) – 6 точок, у другій (область десятків) – 7 точок, у третій (область одиниць) – 2 точки. Отже добуток 32·21 дорівнює 672.

Розберемо інший приклад: 123·412



Побудуємо лінії числа 123: 1 червону лінію і трохи нижче – 2 сині, і далі – 3 зелені. Потім числа 412: перпендикулярно вже накресленим, проводимо спочатку 4 фіолетових, потім 1 помаранчеву і 2 блакитних. За аналогією до попереднього прикладу, обводимо області перетинів колами. Всього їх вийшло 5, тому в результаті маємо п’ятизначне число. Знайдемо його: у першій області 4 точки перетину, у другій – 10, у третій – 16, в четвертій – 7 і в п’ятій – 6. Ті області, де кількість точок вийшло однозначною, складності не викликають, тому почнемо розбирати третю область, де 16 точок перетину: від числа 16 до цієї області залишаємо тільки останню цифру, тобто 6, все інше (тобто число 1) переносимо в сусідню область справа наліво, отже в третій області залишилося число 6, а в другій тепер до наявного числа 9 треба додати перенесену одиницю. Отже, у другій області тепер маємо число 10, і знову залишаємо 0 в другій області, а 1 перенесемо в першу. У першій стало на 1більше, тобто 5. Складемо цифри (переписуємо отриманий результат зліва направо) і одержимо число 50676, тобто 123·412=50676.

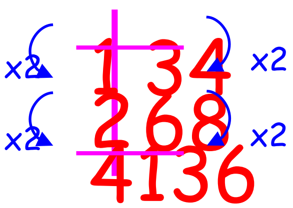
За допомогою цього способу можна множити будь-які числа, адже це просто, просто рахуєш точки перетину ліній.

Найважливіше – це правильно відокремити частини та переносити десятки.

2.2. Як множили єгиптяни?

Значення чисел, які використовувались у давнині, були більш або менш придатні для запису результатів обчислень. А ось виконувати дії з їхньою допомогою було дуже складно, особливо це стосувалось дії множення. Вихід з цієї ситуації знайшли єгиптяни, тому цей спосіб отримав назву єгипетський. Вони замінили множення на будь-яке число подвоєнням, тобто додаванням число з самим собою.

Наприклад: 34·5=170



Єгиптяни замінили множення на будь-яке число - подвоєнням. Так як 5 = 4 + 1, то для отримання результату залишилось додати числа, які стоять в правому стовбці напроти чисел 4 і 1, тобто 136 + 34 = 170.

2.3. Селянський спосіб множення

В Росії серед селян деяких губерній був розповсюдженій спосіб, який не потребував знань всієї таблиці множення. Треба було лише вміти множити та ділити на 2. Цей спосіб отримав назву селянського (існує думка, що він бере початок з єгипетського).

Розділимо множники вертикальною лінією. Принцип цього способу полягає у тому, що ми лівий множник (відносно вертикальної лінії) ділимо на 2 і результат записуємо під даним множником. Правий множник множимо на 2 і результат записуємо під цим ним. Усі ці дії ми робимо поки у лівому стовпчику не вийде 1. Якщо ж ми ділимо і у нас залишається остача, то ми її відкидаємо, і записуємо число без остачі. Остання важлива дія у цьому способі, це викреслити ті рядки у яких зліва парне число. Потім додаємо не викреслені числа правого стовпчика.

45 на 37

45	37
~~22~~	~~74~~
11	148
5	296
~~2~~	~~592~~
1	1184
	1665

37 + 148 + 296 + 1184 = 1665

Розглянемо приклад 45·37. Напишемо числа на аркуші і розділимо їх вертикальною лінією. Ліве число ділимо на 2, відкидаючи залишок, поки не отримаємо одиницю. Праве – множимо до тих пір, поки число рядків в стовпчику не зрівняли. Потім викреслюємо з ПРАВОГО стовпчика всі ті числа, навпроти яких у ЛІВОМУ стовпчику вийшов парний результат (у нашому випадку 37 + 148 + 296 + 1184 = 1665).

Отже, 45·37 = 1665.

2.4. Староруський спосіб множення двох чисел

Суть цього прийому полягає у тому, що один множник збільшували у двоє, а другий зменшували у двоє, поки один з них не дорівнював одиниці (другий множник – степінь числа 2).

Наприклад, 27 помножити на 16. Один співмножник ставим на початку одного стовпчика і подвоювали, а другий – на початку другого стовпчика і відповідно ділили навпіл доти, поки не отримали 1:

27	16
54	8
108	4
216	2
432	1

2.5. Спосіб «ПІРАМІДА»

Розглянемо множення числа 351 на число 248 за таким алгоритмом:

```
3 5 1  (3*2=6)
| | |  (5*4=20)
2 4 8
06 20 08
```

```
3 5 1  (3*4 +5*2=22
X X    (5*8+4*1=44)
2 4 8
06 20 08
  22 44
```

```
3 5 1 (3*8+2*1=26
  X
2 4 8
062 008
 22 44
  2 6
 87 048
```

1. Спочатку ми повинні записати це множення в стовпчик, потім треба помножити усі числа які стоять один під одним, виділяючи під кожний результат по 2 знака.

2. Після цієї дії просто множимо навхрест сусідні цифри. Разом пишемо зі зсувом на один знак вліво під результатом одного кроку.

3. Розсуваємо крок хреста на 1 позицію. Під нього попадають тільки крайні цифри. Далі записуємо їхній добуток під результатом попереднього кроку зі зсувом на 1 знак вліво.

Для чисел більшої значності схема виглядає аналогічно.

```
   0 0 0 0        0 0 0 0         0 0 0 0         0 0 0 0
   | | | |         x x x
   0 0 0 0        0 0 0 0         0 0 0 0         0 0 0 0
 00 00 00 00    00 00 00 00     00 00 00 00     00 00 00 00
                  00 00 00        00 00 00        00 00 00
                                   00 00           00 00
                                                     00
```

2.6. Спосіб звернення та зсуву

Виявляється, для цього досить розвернути один з множників навколо своєї молодшої цифри (переписати в оберненому порядку) і зсувати їх в такому вигляді один відносно другого, знаходячи суми добутків сусідів по вертикалі. Цей спосіб так и називається — спосіб зсуву, а працює він наступним чином.

Приклад. 35·54 перетворимо як 53·54

Проводимо розрахунки:

53	53	53
|	| |	|
54	54	54
$^{2}0$	$^{3}90$	1890
(5*4=20)	(2+3*4+5*5=39)	(3+3*5=18)

Не забудьте, що вибраний вами множник повертають навколо самої молодшої цифри!

РОЗДІЛ 3
СПОСОБИ ШВИДКОГО ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Якщо один із доданків збільшити на кілька одиниць, то від знайденої суми треба відняти стільки ж одиниць.

Наприклад: $246 + 497 = 246 + (497 + 3) - 3 = 246 + 500 - 3 = 743.$

Якщо один із доданків збільшити на кілька одиниць, а другий зменшити на стільки ж одиниць, то сума не зміниться.

Наприклад: $396 + 458 = (396 + 4) + (458 - 4) = 400 + 454 = 854.$

Якщо до зменшуваного та від'ємника додати одне і те ж саме число, то різниця не зміниться.

Наприклад: $2532 - 995 = (2532 + 5) - (995 + 5) = 2537 - 1000 = 1537.$

Якщо від суми двох чисел відняти різницю цих самих чисел, то в результаті отримаємо подвоєне менше число, тобто $(a + b) - (a - b) = 2b.$

Наприклад: $(69 + 35) - (69 - 35) = 2 \cdot 35 = 70.$

Якщо до суми двох чисел додати їх різницю, то в результаті отримаємо подвоєне більше число, тобто $(a + b) + (a - b) = 2a.$

Наприклад: $(84 + 13) + (84 - 13) = 2 \cdot 84 = 168.$

РОЗДІЛ 4
СПОСОБИ ШВИДКОГО МНОЖЕННЯ ТА ДІЛЕННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

4.1. Застосування розподільної властивості

Застосування розподільної властивості множення відносно додавання і віднімання до множників, один з яких подано у вигляді суми або різниці.

Наприклад: $9 \cdot 57 = 9 \cdot (50 + 7) = 9 \cdot 50 + 9 \cdot 7 = 450 + 63 = 513$;

$9 \cdot 57 = 9 \cdot (60 - 3) = 9 \cdot 60 - 9 \cdot 3 = 540 - 27 = 513$;

$9 \cdot 57 = (10 - 1) \cdot 57 = 10 \cdot 57 - 1 \cdot 57 = 570 - 57 = 513$;

$8 \cdot 98 = 8 \cdot (100 - 2) = 8 \cdot 100 - 8 \cdot 2 = 800 - 16 = 784$.

4.2. Множення методом Фероля

Для знаходження одиниць добутку множать одиниці множників; для знаходження десятків – множать десятки одного числа на одиниці іншого та навпаки і результати додають; для знаходження сотень множать десятки множників.

Цей спосіб випливає з рівності $(10a + b) \cdot (10c + d) = 100ac + 10(ad + bc) + bd$.

Наприклад: $39 \cdot 24 = 936$.

1) $9 \cdot 4 = 36$, 6 – пишемо, 3 – пам’ятаємо;
2) $3 \cdot 4 + 9 \cdot 2 + 3 = 12 + 18 + 3 = 33$, 3 – пишемо, 3 – пам’ятаємо;
3) $3 \cdot 2 + 3 = 6 + 3 = 9$, 9 – пишемо.

Цим методом зручно усно множити двоцифрові числа, особливо від 10 до 20.

Наприклад: $17 \cdot 12 = 204$.

1) $7 \cdot 2 = 14$;
2) $1 \cdot 2 + 7 \cdot 1 + 1 = 2 + 7 + 1 = 9 + 1 = 10$;

3) $1 \cdot 1 + 1 = 2$.

Можна помножити і трицифрове число на двоцифрове.

Наприклад: $215 \cdot 17 = 3655$.

1) $5 \cdot 7 = 35, 5$ – пишемо, 3 – пам'ятаємо;
2) $1 \cdot 7 + 1 \cdot 5 + 3 = 7 + 5 + 3 = 15, 5$ – пишемо, 1 – пам'ятаємо;
3) $7 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 1 = 14 + 1 + 1 = 16, 6$ – пишемо, 1 – пам'ятаємо;
4) $1 \cdot 2 + 1 = 3$, пишемо – 3.

4.3. Множення чисел, що мають однакове число десятків, а сума одиниць дорівнює 10

Цей спосіб ґрунтується на рівності $(10a + b) \cdot (10a + c) = 100a \cdot (a + 1) + +bc$, де $b + c = 10$.

Число десятків одного із множників треба помножити на число, що на одиницю більше від числа десятків, а потім помножити одиниці цих чисел; праворуч від першого результату записати другий.

Наприклад:

А) $53 \cdot 57 = 3021$.

1) $5 \cdot (5 + 1) = 30$, пишемо 30;
2) $3 \cdot 7 = 21$, праворуч дописуємо 21.

Б) $102 \cdot 108 = 11016$.

1) $10 \cdot (10 + 1) = 10 \cdot 11 = 110$, пишемо 110;
2) $2 \cdot 8 = 16$, праворуч дописуємо 16.

4.4. Множення та ділення чисел на 5, 25, 125

1. Множення чисел на 5, 25, 125.

Поділити число відповідно на $2, 4, 8$ і результат помножити на $10, 100, 1000$.

Наприклад: $38 \cdot 5 = 38: 2 \cdot 10 = 19 \cdot 10 = 190$;

$$36 \cdot 25 = 36:4 \cdot 100 = 9 \cdot 100 = 900;$$

$$24 \cdot 125 = 24:8 \cdot 1000 = 3 \cdot 1000 = 3000.$$

Якщо множник не ділиться на $2, 4$ або на 8, то треба виконати ділення з остачею; знайдену частку помножити відповідно на $10, 100, 1000$, а остачу – на $5, 25$, чи 125 і знайти їх суму.

Наприклад: $47 \cdot 5 = 23 \cdot 10 + 1 \cdot 5 = 230 + 5 = 235$, бо $47:2 = 23$ (ост. 1).

2. Ділення чисел на 5, 25, 125.

Помножити число відповідно на 2, 4, 8 та поділити на 10, 100, 1000 відповідно (або поділити на 10, 100, 1000 та помножити на 2, 4, 8).

Наприклад:

1) $340:5 = (340 \cdot 2):10 = 680:10 = 68$;
2) $1200:25 = (1200 \cdot 4):100 = 4800:100 = 48$;
3) $1200:25 = (1200:100) \cdot 4 = 12 \cdot 4 = 48$.

4.5. Множення чисел на 11

Записати останню цифру числа (цифру з розряду одиниць), потім послідовно, справа наліво, записувати суми сусідніх двох цифр множника і, нарешті, першу цифру множника.

Наприклад:

А) $35 \cdot 11 = 385$.

1) пишемо 5;
2) до 3 додаємо 5, буде 8, тому ліворуч від 5 пишемо 8;
3) і, нарешті, цифру 3.

Б) $152 \cdot 11 = 1672$.

1) пишемо 2;
2) до 2 додаємо 5, буде 7, тому ліворуч від 2 пишемо 7;
3) до 5 додаємо 1, буде 6, тому ліворуч від 7 пишемо 6;

4) і, нарешті, пишемо 1.

Якщо сума сусідніх цифр виявиться більшою від 9, то на відповідному місці записуємо число одиниць цієї суми, а до наступної суми додаємо число 1. Додають одиницю і до останньої цифри (цифри у найвищому розряді числа), якщо попередня сума була більша від числа 9.

Наприклад:

А) $159 \cdot 11 = 1749$.

1) пишемо 9;
2) $5 + 9 = 14$, пишемо 4, пам'ятаємо 1;
3) $1 + 5 + 1 = 7$, пишемо 7;
4) пишемо 1.

Б) $9587 \cdot 11 = 105457$.

1) пишемо 7;
2) $8 + 7 = 15$, пишемо 5, пам'ятаємо 1;
3) $5 + 8 + 1 = 14$, пишемо 4, пам'ятаємо 1;
4) $9 + 5 + 1 = 15$, пишемо 5, пам'ятаємо 1;
5) $9 + 1 = 10$, пишемо 10.

4.6. Множення двоцифрового числа на 111

Справа наліво послідовно треба записати:

1) останню цифру множника;
2) суму цифр цього множника;
3) ще раз суму цифр множника;
4) першу (зліва) його (множника) цифру.

Наприклад: $35 \cdot 111 = 3885$.

Якщо сума цифр двоцифрового числа більша від 9, то записуємо цифру одиниць кожної суми, а до наступного результату додаємо 1.

Наприклад: $79 \cdot 111 = 8769$.

1) Пишемо останню цифру 9;

2) $7 + 9 = 16$, пишемо 6, пам’ятаємо 1;

3) $7 + 9 + 1 = 17$, пишемо 7, пам’ятаємо 1;

4) $7 + 1 = 8$, пишемо 8.

4.7. Піднесення до квадрата двоцифрових чисел, які мають 5 десятків

До 25 додати цифру розряду одиниць і праворуч до результату дописати квадрат числа одиниць так, щоб утворилося чотирицифрове число.

Цей спосіб випливає з рівності $(50 + a)^2 = 100 \cdot (25 + a) + a^2$.

Наприклад:

1) $53^2 = 2809$.

   1.1) $25 + 3 = 28$, пишемо 28;

   1.2) $3^2 = 9$, дописуємо 09.

2) $57^2 = 3249$.

   2.1) $25 + 7 = 32$, пишемо 32;

   2.2) $7^2 = 49$, дописуємо 49.

4.8. Піднесення до квадрата цілого числа, якщо відомий квадрат попереднього або наступного числа

З виразу $(a + 1)^2 = a^2 + 2a + 1$ отримуємо ряд формул:

1) $(a + 1)^2 = a^2 + a + (a + 1)$;

2) $a^2 = (a + 1)^2 - 2(a + 1) + 1$;

3) $a^2 = (a + 1)^2 - (a + 1) - a$.

Наприклад: $54^2 = 2916$.

$(53 + 1)^2 = 2809 + 53 + (53 + 1) = 2862 + 54 = 2916$.

4.9. Множення на 15. Множення чисел, які закінчуються на 5, якщо різниця між ними дорівнює 10 та 20

1. До числа додати його половину (якщо число парне) і дописати 0; а якщо непарне, то дописати 0, а потім до утвореного числа додати його половину.

   Наприклад:

   1) $54 \cdot 15 = (54 + 27) \cdot 10 = 81 \cdot 10 = 810;$
   2) $45 \cdot 15 = 450 + 225 = 675.$

2. Треба помножити більше число десятків саме на себе, від добутку відняти 1 і дописати 75.

   Наприклад:

   1) $35 \cdot 45 = \overline{(4 \cdot 4 - 1)75} = 1575;$
   2) $85 \cdot 95 = \overline{(9 \cdot 9 - 1)75} = 8075.$

3. Треба число десятків більшого числа помножити на число десятків меншого числа, збільшеного на 1; від отриманого добутку відняти 1 і дописати 25.

   Наприклад:

   1) $25 \cdot 45 = \overline{(4 \cdot (2 + 1) - 1)25} = 1125;$
   2) $55 \cdot 75 = \overline{(7 \cdot (5 + 1) - 1)25} = 4125.$

4.10. Множення двоцифрових чисел, близьких до числа 100

1. Множення чисел, менших за число 100.

   Щоб виконати множення чисел менших за 100, слід:

   1) знайти недостачі множників до числа 100, тобто різниці між числом 100 і кожним із множників;

   2) від будь-якого множника відняти недостачу іншого до числа 100;

   3) до результату дописати двома цифрами добуток недостач множників до числа 100.

Наприклад:

А) $94 \cdot 97 = 9118$.

1) $100 - 94 = 6; 100 - 97 = 3$;

2) $94 - 3 = 91$ (або $97 - 6 = 91$);

3) $6 \cdot 3 = 18$; до числа 91 дописуємо двома цифрами число 18. Маємо: $91 \cdot 100 + +18 = 9118$.

Б) $78 \cdot 89$ =6942

1) $100 - 78 = 22; 100 - 89 = 11$;

2) $78 - 11 = 67$ (або $89 - 22 = 77$);

3) $22 \cdot 11 = 242$; до числа 67 дописуємо двома цифрами число 242. Маємо: $67 \cdot 100 + 242 = 6700 + 242 = 6942$.

2. Множення чисел більших за 100.

Щоб помножити двоцифрові числа більші за число 100, слід:

1) знайти надлишки множників над числом 100, тобто різниці між даними числами і числом 100;

2) до будь-якого множника додати надлишок іншого над числом 100;

3) до результату дописати двома цифрами добуток надлишків.

Наприклад: $107 \cdot 113 = 12091$.

1) $107 - 100 = 7; 113 - 100 = 13$;

2) $107 + 13 = 120$ (або $113 + 7 = 120$);

3) $7 \cdot 13 = 91$; до числа 120 дописуємо двома цифрами число 91. Маємо: $120 \cdot 100 + 91 = 12091$.

4.11. Множення трицифрових чисел, близьких до числа 1000.

Щоб помножити трицифрові числа, близькі до числа 1000, слід:

1) знайти недостачі множників до числа 1000;

2) відняти від одного множника недостачу іншого до числа 1000;

3) до результату дописати трьома цифрами добуток недостач множників до числа 1000.

Наприклад: $994 \cdot 989 = 983066$.

1) $1000 - 994 = 6; 1000 - 989 = 11$;
2) $994 - 11 = 983$;
3) $6 \cdot 11 = 66$; до числа 983 дописуємо трьома цифрами число 66. Маємо: $983 \cdot 1000 + 66 = 983066$.

4.12. Множення чотирицифрових чисел, близьких до числа 1000

Щоб помножити чотирицифрові числа, близькі до числа 1000, слід:

1) знайти надлишки множників над числом 1000;
2) до будь-якого множника додати надлишок іншого над числом 1000;
3) до результату дописати трьома цифрами добуток надлишків.

Наприклад: $1003 \cdot 1012 = 1015036$.

1) $1003 - 1000 = 3; 1012 - 1000 = 12$;
2) $1003 + 12 = 1015$;
3) $3 \cdot 12 = 36$; до числа 1015 дописуємо трьома цифрами число 36. Маємо: $1015 \cdot 1000 + 36 = 1015036$.

4.13. Піднесення до квадрата чисел, близьких до 50

1. Піднесення до квадрата чисел, менших за число 50.

Щоб піднести до квадрата число, менше за число 50, слід:

1) від числа відняти 25;
2) до результату дописати двома цифрами квадрат недостачі числа до 50.

Наприклад: $48^2 = 2304$.

1) $48 - 25 = 23$;
2) $50 - 48 = 2$;

3) $2^2 = 4$; до числа 23 дописуємо двома цифрами число 2. Маємо: $23 \cdot 100 + +4 = 2304$.

2. Піднесення до квадрата чисел, більших за число 50.

Щоб піднести до квадрата число, більше за 50, слід:

1) від числа відняти 25;
2) до результату дописати двома цифрами квадрат надлишку числа над числом 50.

Наприклад: $53^2 = 2809$.

1) $53 - 25 = 28$;
2) $53 - 50 = 3$;
3) $3^2 = 9$; до числа 28 дописуємо двома цифрами число 9. Маємо: $28 \cdot 100 + +9 = 2809$.

ВИСНОВКИ

Окремі фахівці заявляють, що вміння швидко обчислювати базується на вроджених здібностях, інші аргументовано доводять протилежне: «Справа не тільки у виняткових, феноменальних здібностях, а й в знанні деяких математичних законів, які дозволяють швидко опанувати методику швидких обчислень, і в бажанні розкривати ці закони».

Істина, звісно ж, знаходиться десь посередині: у поєднанні природних здібностей та їх пробудженні та використанні. Ті, хто сліпо слідуючи правилам і законам лічби, не сповна їх розуміючи, намагалися освоїти швидку лічбу, зазвичай досягали посередніх результатів. З іншого боку, обдаровані люди при безладному використанні своїх талантів, так би мовити, «перегорають» і перестають мати змогу довго і стійко показувати яскраві досягнення. Тому, кожному потрібно чітко визначити свою «золоту середину».

Усний рахунок розвиває механічну пам’ять, а пошук і обумовлення нових прийомів служать формуванню логічних умінь.

Швидка лічба не є таємницею за сімома замками, а науково розроблена система. А якщо є система, то її можна вивчати, опановувати, її можна наслідувати.

Усі розглянуті методи усної лічби говорять про багаторічну працю та інтерес закордонних та вітчизняних вчених і найпростіших людей до гри з цифрами.

У наше століття високих технологій і використання комп'ютера вміння швидко та усно обчислювати досить складні приклади в жодному разі не втратило своєї актуальності. Гнучкість розуму дає підстави пишатися людям, а здатність, наприклад, швидко усно обчислювати викликає відвертий подив. Такі навички допоможуть фахівцям в царині навчанні, у побуті, у професіональній діяльності. З іншого боку, швидка лічба - справжня гімнастика для розуму, яка дозволяє у найскладніших життєвих ситуаціях знаходити у найкоротший термін хороші й нетрадиційні рішення.

Впевнена, що мною розглянута невелика частина відомих у світі математичних методів і прийомів обчислень, які можна назвати не тільки цікавими, а й корисними. Знання прийомів швидкого рахунку дозволяє спрощувати обчислення, економити час, розвиває логічне мислення і гнучкість розуму.

Проте, використовуючи ці методи під час уроків чи вдома можна досить легко розвинути швидкість обчислень, інтерес до математики, досягти успіхів у вивченні й інших шкільних предметів.

А, оскільки, математика – всюди і її без перебільшення називають «царицею наук», то вміння швидко і правильно обчислювати потрібне всюди і кожному. Адже знати математику означає розуміти її.

Опитування показали, що найбільше зацікавили учнів нестандартні способи множення, а саме: селянський, індійський, японський.

Також існує ще багато способів, які спрощують операції над числами, тут наведені лише деякі з них.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Отдатчикова Л. М. Заняття гуртка математики «Народна математика українців» [Електронний ресурс]: 2011.
2. Арифметика Магницького. http://www.etudes.ru/ru/etudes/magnitskii/
3. Бадмаев Амгалан «Некоторые способы быстрых вичислений» http://www.profistart.ru/ps/blog/2417.html
4. Исмагулова Гульнара «Некоторые способы быстрых вычислений на уроках математики» http://www.pedagog.kz/index.php?option=com_content&view=article&id=598:l-r&catid=50:2012-04-18-06-54-07&Itemid=88
5. Э. Катлер, Р. Мак-Шейн «Система быстрого счета по Трахтенбергу», «Просвещение» 1967 http://www.mirknig.com/2007/06/20/je.katlerr._makshejjn_._sistema_bystrogo_scheta_po_trakhtenbergu..html
6. Перельман Яков. «Быстрый счет. Тридцать простых приемов устного счета» http://www.likebook.ru/books/view/100455/
7. Я. І. Перельман / Цікава Алгебра. – Київ: Техніка, 1973. – 187 с.
8. Я. І. Перельман / Живая математика. – Москва: Наука, 1974. – 160 с.
9. О. Г. Черватюк, Г. Д. Шиманська / Елементи цікавої математики. – Київ: Радянська школа, 1968. – 192 с.
10. Энциклопедия для детей Т. 11 Математика / Глав. ред. М. Д. Аксёнова. – Москва: Аванта+, 2000. – 688 с.

ІНТЕРНЕТ РЕСУРСИ:

http://www.ozon.ru/context/detail/id/8611077

http://hijos.ru/2011/02/09/bystroe-umnozhenie-na-11-i-12-sistema

http://anisim.org/?p=7904

http://all-fizika.com/article/index.php?id_article=224

https://soroban.ua/ua/franchiza/

https://www.youtube.com/watch?v=XITCoDoqkk0

ДОДАТКИ

Додаток 1

Семюел Пепіс

Народився 23 лютого 1633 року в Лондоні в сім'ї кравця, закінчив столичну школу Святого Павла, а потім коледж Магдалини у Кембриджі. У 1655 році одружився на п'ятнадцятирічній Елізабет Сен-Мішель, дочці зубожілого французького біженця-гугенота (вона померла у 1669 році). Сім'я починала життя у бідності. Пепіс поступив на службу в будинок свого далекого родича, впливового військового і політика сера Едварда Монтег'ю (згодом графа Сандвіча), якому багато у чому зобов'язаний подальшою кар'єрою. На самому початку правління Карла II Пепіс був призначений чиновником королівського флоту (у 1660 році), з 1665 він – головний інспектор Продовольчої служби, з 1672 – секретар Адміралтейства. З 1665 – член Королівського наукового товариства (у 1684-1686 роках – його президент).

Пепіс був обраний до британського Парламенту, в 1679 переобраний, але за звинуваченням у співучасті у змові, точніше – за намовою ворогів і заздрісників, звільнений і на кілька місяців був ув'язнений у лондонському Тауері. У 1683 був посланий з місією в Танжер, з 1684 – секретар короля з військово-морських справ, активно сприяв створенню в імперії сучасного флоту при Карлі, а з 1685 – при Якові II Стюарту. В 1689, після відсторонення від влади і втечі з країни короля Якова і сходження на престол Вільгельма Оранського, Пепіс програв на парламентських виборах, був змушений піти з високої посади. За підозрою в якобінських симпатіях піддався короткочасному ув'язненню у 1689 та 1690 роках. Відійшов від публічного життя, а в 1700 році покинув Лондон, віддалившись у свій маєток у Клепхемі на південь від Лондона, де 26 травня 1703 року помер.

Пепсі дружив з Ісаком Ньютоном і Робертом Бойлем, Джоном Драйденом і Крістофером Реном. Він грав, займався живописом, складав вірші. Але найвизначнішим здобутком його життя став «Щоденник», який він вів у 1660-1669 роках і в якому з властивою йому сумлінністю відтворив як загальні катастрофи (Велику лондонську чуму 1665 року і знамениту Велику лондонську пожежу 1666 року), бої між народами (Друга англо-голландська війна 1665-1667 років), політичні колізії та придворні чвари, так і подробиці власного побуту, стола, любовних зв’язків та інше. Пепсі перестав вести записи через проблеми із зором, а диктувати їх сторонній особі не хотів. Його щоденник – з політичних та сімейних міркувань – був зашифрований за системою Томаса Шелтона і зберігався незмінним у бібліотеці коледжу Магдалини до початку XIX століття, коли був розшифрований текстологом Джоном Смітом. вперше видано у 1825 році.

«Щоденник» неодноразово перевидавався як у повному, так і скороченому вигляді («Великий» і «Малий Пепіс»), перекладався багатьма мовами. Він став незамінним історичним джерелом і цікавим матеріалом для читання на дозвіллі, яке так любив сам його автор, колишній, серед іншого, бібліофіл (його бібліотека також відійшла коледжу Магдалини). Захопливість Пепісового щоденника високо оцінив у своєму есе Роберт Льюїс Стівенсон.

Приватне життя Пепісів, його стосунки з дружиною та позашлюбні любовні пригоди, які в живих подробицях також відображені у «Щоденнику», стали у XX столітті матеріалом для декількох романів, написаних як з точки зору глави сім’ї, так і з позиції його молодої дружини. У 2003 році на британському телебаченні був показаний багатосерійний фільм «Приватне життя Семюела Пеписа», у головній ролі – англієць Стів Куган, в ролі його дружини – французька актриса Лу Дуайон.

Додаток 2

Роман Семенович Арраго

Роман Семенович Арраго

Народився Р. Арраго (Лєвітін) у 1883 році у місті Конотопі у сім'ї дрібного ремісника. І пішов би він по стопах батька, якби не заволоділа ним із дитячих років любов до чисел та обчислень. Арифметиці Арраго надавав перевагу і в школі – на уроках та на перервах, і на прогулянках, і вдома. Навіть ночами він довго не засинав і все обчислював… обчислював… обчислював.

Хлопчик мріяв про навчання на математичному факультеті, та доля розпорядилася так, що до здійснення мрії йому довелося йти важким і надто довгим шляхом. Лише влітку 1901 року, після восьми років навчання у Роменському реальному училищі та роботи контролером у конторі оптового торговця мануфактурою, мрія Арраго здійснилася. Він приїхав до Парижа, де згодом вступив до Сорбонни на математичний факультет. Окрім математичної освіти Арраго здобув у Франції ще й біологічну, а також інженерну освіту. Проте життя його було нелегким: аби сплачувати за своє навчання, він мусив заробляти гроші приватними уроками.

Та одного разу все змінилося. Дослухавшись поради професора вищої політехнічної школи, виконуючи завдання якого, Арраго усно і правильно виконав усі розрахунки проекту арки моста, він розпочав виступати на естраді. Сталося це 23 листопада 1908 року.

З виступами, що мали грандіозний успіх, він подорожував світом, з 1912 року виступав у різних містах Росії. Гастролював відомий артист-математик і в Україні – в Києві, а також в Одесі, Харкові, Миколаєві, Херсоні.

Впродовж кількох десятиліть Арраго своїми виступами прищеплював любов до чисел і обчислень багатьом глядачам. Він казав: «Майстерність або мистецтво усних обчислень, звичайно, анітрохи не нижче, якщо не вище, ніж шахове мистецтво, де потрібно багато думати і комбінувати. Хочеться, щоб до тих, хто прагне обчислювати, залучалося якомога більше молоді».

Скоріш за все природа незвичних здібностей Р. Арраго полягала не лише в тренуваннях пам’яті. Значну роль тут відігравало його природне обдарування. До цієї думки схилялося багато видатних учених, які досліджували його феномен.

Додаток 3

Таблиця множення «на пальцях»