

7.3. Коло, круг та їх елементи

Найпростіші завдання з повним розв'язанням

Завдання 1–20 розв'яжіть УСНО.

1. Якою геометричною фігурою є множина всіх точок площини, віддалених від даної точки на відстань 5 см?
2. Якою геометричною фігурою є множина всіх точок площини, віддалених від даної точки на відстань, не більшу за 5 см?
3. Знайдіть довжину кола, діаметр якого дорівнює 40 см, і площу круга, обмеженого цим колом.
4. Знайдіть діаметр кола, довжина якого дорівнює 100π .
5. Знайдіть діаметр круга, площа якого дорівнює 36π .
6. Знайдіть площу кільця, обмеженого концентричними колами, радіуси яких дорівнюють 2 см і 5 см.
7. Радіус кола дорівнює 100. Знайдіть довжину дуги цього кола, що відповідає центральному куту 180° ; 90° ; 270° .
8. Радіус круга дорівнює 10. Знайдіть площу сектора цього круга, що відповідає центральному куту 180° ; 90° ; 270° ; 120° ; 60° .
9. Знайдіть радіус кола, вписаного в квадрат зі стороною 8 см.
10. Знайдіть радіус кола, описаного навколо квадрата зі стороною 8 см.
11. Знайдіть радіус кола, описаного навколо шестикутника, довжина сторони якого дорівнює 10 см. Знайдіть також радіус кола, вписаного в цей шестикутник.

12. Точка O — центр кола радіуса R , а відрізок AB — хорда цього кола. Визначте вид трикутника AOB , якщо $AB = R$.
13. За умовою попередньої задачі визначте відстань від точки O до хорди AB , якщо $R = 4$.
14. На рис. 25 зображено коло, діаметром якого є відрізок AB . Точка C належить колу. Знайдіть градусну міру кутів ACB і CAB , якщо $\angle ABC = 70^\circ$.

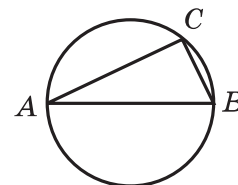


Рис. 25

15. Точка O — центр кола, зображеного на рис. 26, точки A, B і C лежать на цьому колі. Знайдіть градусну міру кута AOC , якщо $\angle ABC = 40^\circ$.
16. За рис. 26 знайдіть градусну міру кута ABC , якщо $\angle AOC = 72^\circ$.

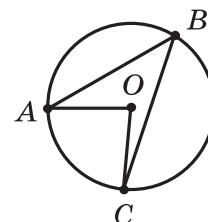


Рис. 26

17. Відстань від точки A до центра кола діаметра 30 см дорівнює 10 см. Знайдіть відстань від точки A до цього кола. Установіть, чи належить точка A колу, обмеженому цим колом.
18. Точка O є центром кола, діаметр якого дорівнює 10. Відстань від точки O до прямої m дорівнює 6. Установіть взаємне розміщення цього кола і цієї прямої.
19. Дано два кола, радіуси яких дорівнюють 5 см і 7 см. Знайдіть відстань між центрами цих кіл у випадку зовнішнього дотику.
20. Дано два кола, радіуси яких дорівнюють 5 см і 7 см. Знайдіть відстань між центрами цих кіл у випадку внутрішнього дотику.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Проаналізуйте умови та вимоги завдань 21–50 та оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

21. Укажіть правильне твердження.

А	Через будь-які три точки можна провести коло
Б	Навколо будь-якого ромба можна описати коло
В	У будь-який ромб можна вписати коло
Г	У будь-який прямокутник можна вписати коло
Д	Навколо будь-якого чотирикутника можна описати коло

22. Укажіть НЕПРАВИЛЬНЕ твердження.

А	У будь-який ромб можна вписати коло
Б	Навколо будь-якого прямокутника можна описати коло
В	Навколо будь-якого трикутника можна описати коло
Г	Навколо будь-якого паралелограма можна описати коло
Д	У будь-який трикутник можна вписати коло

23. Скільки осей симетрії має круг?

А	Б	В	Г	Д
Жодної	Одну	Дві	Більше двох, але не безліч	Безліч

24. Яка з наведених геометричних фігур НЕ МАЄ центра симетрії?

А	Б	В	Г	Д
Правильний чотирикутник	Відрізок	Коло	Ромб	Правильний трикутник

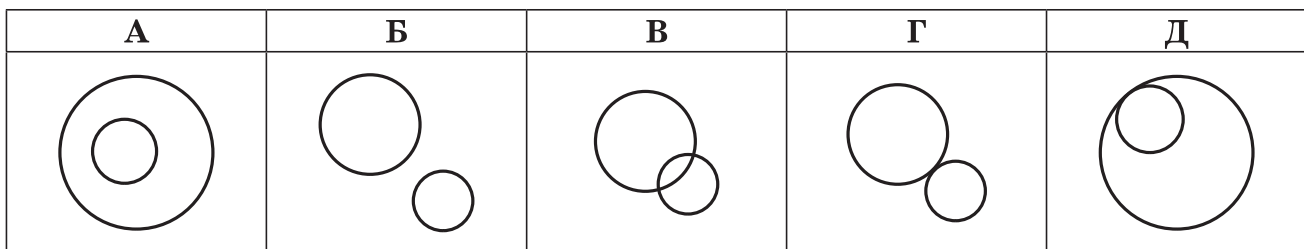
25. Яке з наведених чисел МОЖЕ бути значенням периметра многокутника, описаного навколо кола, радіус якого дорівнює 10?

А	Б	В	Г	Д
65	60	55	50	45

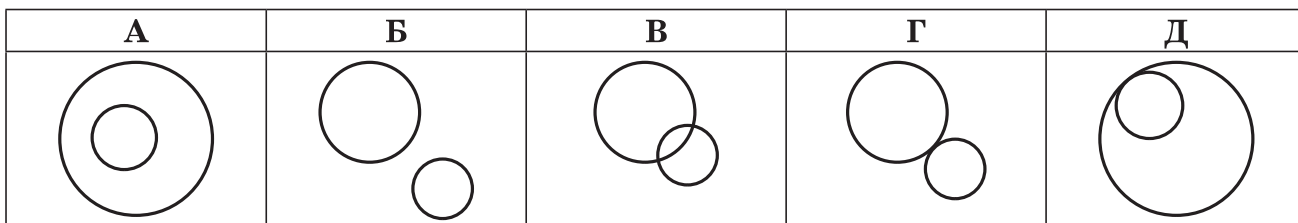
26. Яке з наведених чисел МОЖЕ бути значенням площі многокутника, вписаного в коло, радіус якого дорівнює 2?

А	Б	В	Г	Д
20	18	16	14	12

27. Відстань між центрами двох кіл дорівнює 10 см, а радіуси цих кіл дорівнюють 5 см і 7 см. Укажіть рисунок, на якому зображено взаємне розміщення цих кіл.



28. Відстань між центрами двох кіл дорівнює 1 см, а радіуси цих кіл дорівнюють 3 см і 5 см. Укажіть рисунок, на якому зображено взаємне розміщення цих кіл.



29. Площа круга дорівнює 49π . Знайдіть довжину кола, яке обмежує цей круг.

А	Б	В	Г	Д
$3,5\pi$	14π	$10,5\pi$	7π	28π

30. Довжина кола дорівнює 16π . Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом.

А	Б	В	Г	Д
256π	36π	128π	16π	64π

31. Кінці хорди кола ділять його на дві дуги, градусні міри яких відносяться як 1:8. Знайдіть градусну міру більшої з цих дуг.

А	Б	В	Г	Д
280°	320°	80°	160°	340°

32. Кінці хорди кола ділять його на дві дуги, причому градусна міра однієї з них дорівнює 60° . Знайдіть відношення довжин цих дуг.

А	Б	В	Г	Д
1:2	1:3	1:4	1:5	1:6

33. На рис. 27 зображено коло і два його діаметри AB і CD . Знайдіть градусну міру кута CAB , якщо градусна міра дуги $DACB$ дорівнює 340° .

А	Б	В	Г	Д
85°	170°	20°	160°	80°

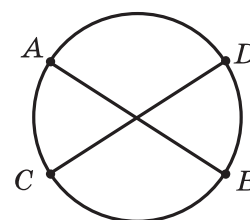


Рис. 27

34. За рис. 27 знайдіть градусну міру дуги $ADBC$, якщо $\angle DCB = 40^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
320°	140°	280°	200°	340°

35. Знайдіть відношення довжини діаметра AB до довжини хорди AC (рис. 28), якщо косинус кута BAC дорівнює $0,6$.

А	Б	В	Г	Д
2:1	5:1	3:2	5:3	5:2

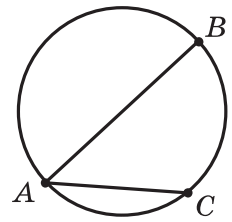


Рис. 28

36. Знайдіть площу трикутника ABC (див. рис. 28), якщо $\cos \angle BAC = 0,4$ і діаметр $AB = 10$.

А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{21}$	20	$6\sqrt{7}$	32	$12\sqrt{3}$

37. На рис. 29 зображено коло з центром у точці O і правильний трикутник OAB , сторони OA і OB якого перетинають це коло у точках C і D відповідно. Точка L належить даному колу. Знайдіть градусну міру кута CLD .

А	Б	В	Г	Д
60°	120°	140°	150°	300°

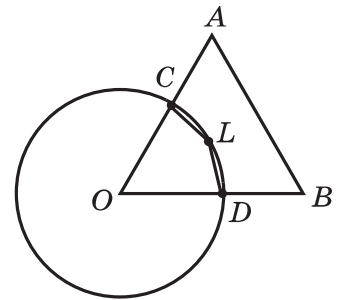


Рис. 29

38. На рис. 30 зображено квадрат $ABCD$ і коло, яке проходить через його вершину C і перетинає сторони BC і CD квадрата у точках L і M відповідно. Виразіть довжину хорди LM через радіус кола R , якщо це можливо.

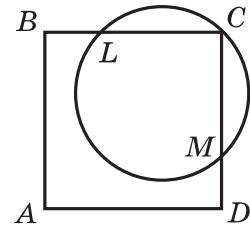


Рис. 30

А	Б	В	Г	Д
Виразити неможливо	$LM = R$	$LM = 2R$	$LM = R\sqrt{2}$	$LM = R\sqrt{3}$

39. Дано коло з центром у точці O . Точки A і B належать цьому колу, а точка N розташована так, що прямі NA та NB є дотичними до нього. Знайдіть градусну міру кута ANB , якщо $\angle ABO = 10^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
10°	20°	30°	80°	100°

40. Дано коло з центром у точці O . Точки A і B належать цьому колу, а точка M розташована так, що прямі MA та MB є дотичними до нього. Знайдіть градусну міру кута OBA , якщо $\angle OMA = 20^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
10°	20°	30°	70°	90°

41. Через точку P до кола з центром у точці O проведено дотичну PM , точка M — точка дотику. Знайдіть PM , якщо $\angle POM = \alpha$, а $PO = a$.

А	Б	В	Г	Д
$PM = atg\alpha$	$PM = asin\alpha$	$PM = \frac{a}{sin\alpha}$	$PM = a\cos\alpha$	$PM = \frac{a}{\cos\alpha}$

42. Через точку P до кола з центром у точці O проведено дотичну PM , точка M — точка дотику. Відомо, що $\angle OPM = \beta$, а радіус кола дорівнює R . Виразіть довжину відрізка OP через R і β .

А	Б	В	Г	Д
$OP = R\sin\beta$	$OP = \frac{R}{\cos\beta}$	$OP = \frac{R}{tg\beta}$	$OP = R\cos\beta$	$OP = \frac{R}{\sin\beta}$

43. У колі, радіус якого дорівнює 3 см, проведено хорду завдовжки 2 см. Знайдіть відстань від центра цього кола до цієї хорди.

А	Б	В	Г	Д
1 см	2 см	$\sqrt{2}$ см	$\sqrt{5}$ см	$2\sqrt{2}$ см

44. У колі, радіус якого дорівнює 5 см, проведено хорду завдовжки x см. Знайдіть x , якщо відстань від центра цього кола до цієї хорди дорівнює 4 см.

А	Б	В	Г	Д
$x = 1$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 6$	$x = 8$

45. Відстань по прямій між точками з позначками 7 і 9 на циферблаті круглого годинника дорівнює $\sqrt{6}$. Знайдіть довжину хвилинної стрілки, якщо вона є радіусом круга (циферблата годинника).

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$

46. Відстань по прямій між точками з позначками 1 і 4 на циферблаті круглого годинника дорівнює $\sqrt{6}$. Знайдіть довжину хвилиної стрілки, якщо вона є радіусом круга (циферблата годинника).

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$

47. На рис. 31 зображено коло і дві його січні; $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$ і $SD = d$. Укажіть правильну рівність.

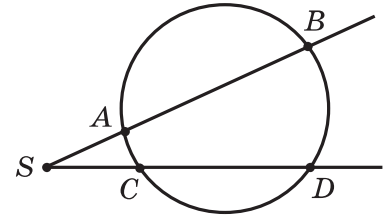


Рис. 31

А	Б	В
$ad - bc = 0$	$a(c - a) - b(d - b) = 0$	$ac - bd = 0$
Г		Д
$a(b - a) - c(d - c) = 0$		$ab - cd = 0$

48. На рис. 32 зображено коло і дві його хорди; $AB = x$, $AO = y$, $CD = u$ і $CO = v$. Укажіть правильну рівність.

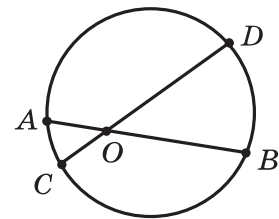


Рис. 32

А	Б	В
$xy - uv = 0$	$y(x - y) - v(u - v) = 0$	$xu - yv = 0$
Г		Д
$x(x - y) - u(u - v) = 0$		$xv - yu = 0$

49. Відрізок AB є діаметром кола, точка C належить цьому колу, $AC = x$, $BC = y$, а радіус кола дорівнює R . Укажіть правильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$x^2 + y^2 = 4R^2$	$x^2 - y^2 = R^2$	$x^2 + y^2 = R^2$	$x^2 - y^2 = 4R^2$	$x^2 + y^2 = 2R^2$

50. Відрізок AB є діаметром півкола, а точка C належить цьому півколу. Відстань від точки C до діаметра AB дорівнює y , а довжина відрізка AC дорівнює x . Укажіть графік, який МОЖЕ бути графіком залежності $y = f(x)$.

А	Б	В	Г	Д

У завданнях 51–54 сформульовано проблему (питання), яку потрібно розв'язати (отримати однозначну відповідь на питання), використовуючи для цього додаткові дані — твердження (1) і (2). Визначте, чи достатньо цих даних для розв'язання проблеми, і оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь*.

51. На рис. 33 зображено коло з центром у точці O , AC — діаметр цього кола, BC — його хорда. Знайдіть кут AOB .

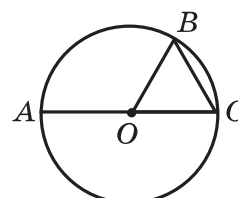


Рис. 33

- (1) Довжина хорди BC дорівнює радіусу кола.
(2) $\angle BCO = 60^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

52. Точки B і C лежать по один бік від діаметра AD кола з центром у точці O (рис. 34). Знайдіть кут BCD .

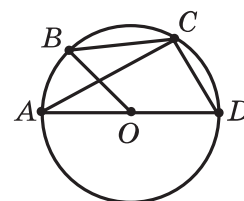


Рис. 34

- (1) $\angle ACB = 10^\circ$.
(2) $\angle AOB = 20^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

53. Дано два кола: ω_1 — із центром у точці O_1 і радіусом R_1 та ω_2 — із центром у точці O_2 і радіусом R_2 . Відомо, що $R_1 = 8$. Знайдіть R_2 .

- (1) Точка O_1 належить колу ω_2 .
(2) Точка O_2 належить колу ω_1 .

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

* Саму проблему розв'язувати не обов'язково.

54. Дано два кола: ω_1 — із центром у точці O_1 і радіусом R_1 та ω_2 — із центром у точці O_2 і радіусом R_2 . Відомо, що $R_1 = 12$. Знайдіть R_2 .

(1) Кола ω_1 і ω_2 дотикаються внутрішньо.

(2) Точка O_1 належить колу ω_2 .

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

У завданнях 55–56 порівняйте величини X і Y та оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

55. Спільна хорда двох кіл, що перетинаються, є діаметром одного з них. Радіуси кіл дорівнюють 8 см і 10 см.

Величина X : довжина спільної хорди.

Величина Y : 16 см.

А	Б	В	Г
Величина X більша за величину Y	Величина Y більша за величину X	Величини X і Y рівні між собою	Для порівняння величин X і Y недостатньо даних

56. Спільна хорда двох кіл, що перетинаються, є стороною квадрата $ABCD$, вписаного в одне з цих кіл. Радіуси кіл дорівнюють 8 см і 10 см.

Величина X : діагональ квадрата $ABCD$.

Величина Y : 16 см.

А	Б	В	Г
Величина X більша за величину Y	Величина Y більша за величину X	Величини X і Y рівні між собою	Для порівняння величин X і Y недостатньо даних

Завдання на встановлення відповідності

У завданнях 57–60 до кожного рядка або рисунка, позначеного цифрою, доберіть один відповідник, позначений літерою.

57. Точки B , N і D належать колу з центром у точці O (рис. 35). Градусна міра вписаного в коло кута CAK дорівнює 20° . Установіть відповідність між кутами (1–4) і градусними мірами цих кутів (А–Д).

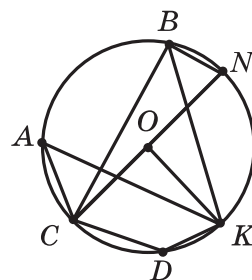


Рис. 35

- | | | | |
|---|--------------|---|-------------|
| 1 | $\angle COK$ | А | 20° |
| 2 | $\angle CDK$ | Б | 40° |
| 3 | $\angle CBK$ | В | 90° |
| | | Г | 140° |
| 4 | $\angle CBN$ | Д | 160° |

58. Коло з центром у точці O розбито точками A_1, A_2, \dots, A_{12} на 12 рівних дуг (рис. 36). Установіть відповідність між кутами (1–4) і градусними мірами цих кутів (А–Д).

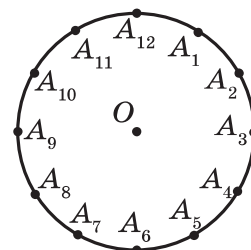


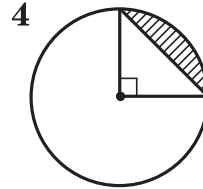
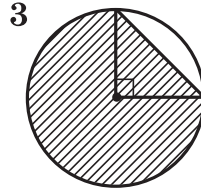
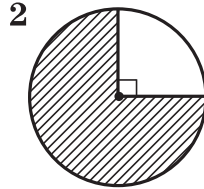
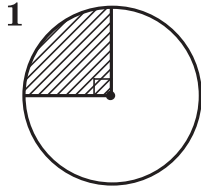
Рис. 36

- | | | | |
|---|-------------------------|---|-------------|
| 1 | $\angle A_4 A_9 A_{10}$ | А | 30° |
| 2 | $\angle A_7 O A_8$ | Б | 45° |
| 3 | $\angle A_{10} A_1 A_6$ | В | 60° |
| | | Г | 90° |
| 4 | $\angle A_6 A_{12} A_9$ | Д | 120° |

59. Установіть відповідність між довжинами дуг кола ω радіуса $R=12$ (1–4) і виразами (А–Д), які чисельно дорівнюють цим довжинам.

- | | | | |
|---|---|---|---------|
| 1 | Половина довжини кола ω | А | 4π |
| 2 | Довжина меншої дуги кола ω , обмеженої двома сусідніми вершинами квадрата, вписаного в це коло | Б | 6π |
| 3 | Довжина меншої дуги кола ω , обмеженої двома вершинами правильного трикутника, вписаного в це коло | В | 8π |
| | | Г | 10π |
| 4 | Довжина меншої дуги кола ω , обмеженої двома сусідніми вершинами правильного шестикутника, вписаного в це коло | Д | 12π |

60. Установіть відповідність між заштрихованими фігурами, наведеними на рисунках (1–4), і виразами (А–Д), які чисельно дорівнюють площам цих фігур, якщо радіуси всіх кругів на рисунках однакові й дорівнюють 6.



- А $9\pi - 18$
 Б 9π
 В $27\pi - 18$
 Г 27π
 Д $27\pi + 18$

Завдання на встановлення послідовності

У завданнях 61–62 виберіть тільки необхідні для розв'язання поставленої задачі дії і розмістіть їх у правильній послідовності. У відповідь запишіть отриману послідовність літер.

61. Як у дане коло вписати правильний трикутник?
- А Вибрати на колі точку A_1 .
 Б Провести діаметр кола A_1A_2 .
 В Починаючи з точки A_1 , відкласти на колі точки A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 так, щоб відстані між цими точками були однаковими і дорівнювали радіусу кола.
 Г Провести діаметр кола $A_3A_4 \perp A_1A_2$.
 Д Сполучити точки A_1, A_2, A_3 .
 Е Сполучити точки A_1, A_3, A_5 .
 Є Сполучити точки A_1, A_3, A_4 .
 Ж Сполучити точки A_1, A_3, A_6 .
62. Як навколо даного кола описати правильний трикутник?
- А Вибрати на колі точку A_1 .
 Б Провести діаметр кола A_1A_2 .
 В Провести діаметр кола $A_3A_4 \perp A_1A_2$.
 Г Починаючи з точки A_1 , відкласти на колі точки A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 так, щоб відстані між цими точками були однаковими і дорівнювали радіусу кола.
 Д Через точки A_1, A_2, A_3 провести дотичні до кола, які, попарно перетнувшись, утворять шуканий трикутник.
 Е Через точки A_1, A_3, A_4 провести дотичні до кола, які, попарно перетнувшись, утворять шуканий трикутник.
 Є Через точки A_1, A_3, A_5 провести дотичні до кола, які, попарно перетнувшись, утворять шуканий трикутник.
 Ж Через точки A_1, A_3, A_6 провести дотичні до кола, які, попарно перетнувшись, утворять шуканий трикутник.

Завдання з короткою відповіддю

Розв'яжіть завдання 63–92 і запишіть відповідь **ОДИМ ЧИСЛОМ**.

63. Два кола радіуса 3 і 4 дотикаються зовні і мають внутрішній дотик із колом радіуса 10. Знайдіть периметр трикутника, вершинами якого є центри цих трьох кіл.
64. Три кола, радіуси яких дорівнюють 2, 3 і 10, попарно дотикаються зовні. Знайдіть площу трикутника, вершини якого є центрами цих кіл.
65. Три точки A, B, C ділять коло на дуги, довжини яких відносяться як $2:3:4$. Знайдіть градусну міру **НАЙБІЛЬШОГО** кута трикутника ABC .
66. Чотири точки A, B, C, D ділять коло на дуги, довжини яких відносяться як $3:4:5:6$. Знайдіть градусну міру **НАЙМЕНШОГО** кута чотирикутника $ABCD$.
67. Точки A, B, C, D належать колу (рис. 37), $AB = BC$ і $\angle ACB = 35^\circ$. Знайдіть градусну міру кута ADC .
68. Точки A, B, C, D належать колу (див. рис. 37), $AB = BC$ і $\angle ADC = 86^\circ$. Знайдіть градусну міру кута BAC .

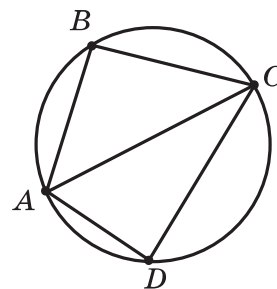


Рис. 37

69. На рис. 38 зображено рівні трикутники ACD і ABD зі спільною стороною AD , яка є діаметром кола. Градусна міра дуги BmC дорівнює 92° . Знайдіть градусну міру кута CAD .
70. За рис. 38 знайдіть градусну міру дуги BmC , якщо $\angle BDA = 34^\circ$.

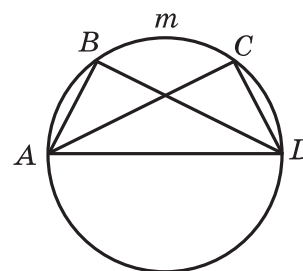


Рис. 38

71. На рис. 39 зображено дуги двох кіл: ω_1 — із центром у точці A і радіусом R та ω_2 — із центром у точці B і радіусом r . Ці дуги перетинаються в точці C , а точка B належить колу ω_1 . Знайдіть $\cos \angle BCA$, якщо $R = 2r$.

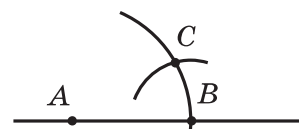


Рис. 39

72. За рис. 39 знайдіть відношення $R:r$, якщо $\operatorname{ctg} \angle BCA = 0,4$.

73. Два кола, що дотикаються між собою, дотикаються до прямої (рис. 40). Відомо, що $O_2B = AB = 8$. Знайдіть довжину відрізка O_1A .

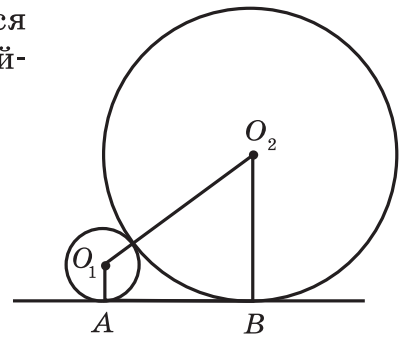


Рис. 40

74. Три кола радіуса $r=1$ попарно дотикаються зовні, а трикутник ABC утворений радіусами цих кіл (рис. 41). Знайдіть площу заштрихованої фігури. У відповідь запишіть наближене значення площі, скориставшись у разі потреби наближеними значеннями: $\sqrt{3} \approx 1,73$, $\sqrt{2} \approx 1,41$, $\pi \approx 3,14$.

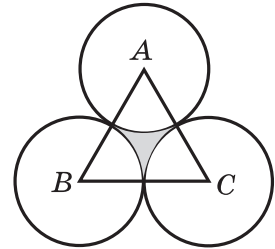


Рис. 41

75. У півкруг вписано квадрат (рис. 42), а в цей квадрат вписано круг. Знайдіть площу круга, якщо площа півкруга дорівнює 10.
76. У півкруг вписано квадрат (див. рис. 42), а в цей квадрат вписано круг. Знайдіть площу півкруга, якщо площа круга дорівнює 5.

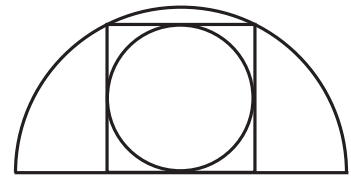


Рис. 42

77. Дано два концентричних кола. З точки, яка лежить на більшому колі, проведено дві однакові взаємно перпендикулярні хорди так, що вони дотикаються до меншого кола. Знайдіть площу (у см^2) кільця між більшим та меншим колом, якщо обидві хорди мають довжину 10 см.
78. Дано два концентричних кола. З точки, яка лежить на більшому колі, проведено дві однакові взаємно перпендикулярні хорди так, що вони дотикаються до меншого кола. Знайдіть довжину (у см) цих хорд, якщо площа круга, обмеженого більшим колом, дорівнює $64\pi \text{ см}^2$.
79. Точки A , B і C належать колу ω , причому відрізок $AB=30$ є діаметром цього кола. Через точку C проведено дотичну t до ω . Знайдіть відстань від точки B до прямої t , якщо відстань від точки A до цієї прямої дорівнює 6.

80. Відрізок KM є діаметром кола ω , а точка L належить цьому колу. Відстані від точок K і M до дотичної, проведеної до ω в точці L , дорівнюють 4 см і 20 см відповідно. Знайдіть радіус кола ω (у см).
81. Дві паралельні хорди кола радіуса 10 см лежать по один бік від центра цього кола і мають довжини 12 см і 16 см. Знайдіть відстань (у см) між цими хордами.
82. Дві паралельні хорди кола лежать по різні боки від центра цього кола, а відстань між ними дорівнює 21 см. Знайдіть радіус цього кола (у см), якщо ці хорди мають довжини 18 см і 24 см.
83. З точки поза колом проведено січну, яка перетинає коло в точках, віддалених від даної точки на 12 см і 20 см. Відстань від даної точки до центра кола дорівнює 17 см. Обчисліть радіус цього кола (у см).
84. Точка S розташована поза колом на відстані 22 від його центра. Січна, проведена через точку S , перетинає коло в точках A і B , причому $SA=16$, $AB=8$, а точка A належить відрізку SB . Знайдіть діаметр цього кола.
85. З точки M поза колом проведено січну, яка перетинає коло в точках K і L , причому точка K належить відрізку ML . Відомо, що $MK=8$ см, $KL=10$ см. Обчисліть довжину відрізка дотичної (у см), проведеної з точки M до цього кола.
86. З точки S до кола з центром у точці O проведено дотичну SC і січну SO , яка перетинає коло в точках A і B ($SB>SA$). Знайдіть відношення $SA:SB$, якщо радіус кола становить 75 % від SC .
87. Діаметри переднього та заднього коліс вантажівки дорівнюють 60 см і 90 см відповідно. Яку відстань (у м) проїхав цей вантаж, якщо його передні колеса за цей час зробили на 100 обертів більше, ніж задні? При обчисленнях вважайте, що $\pi \approx 3,14$.
88. На скільки метрів збільшилася би довжина екватора земної кулі, якби її радіус збільшили на 5 м? При обчисленнях вважайте, що $\pi \approx 3,14$.
89. Столяру необхідно зробити круглий стіл на 9 персон. Знайдіть діаметр цього стола (у см), якщо на кожну персону виділяється 80 см периметра стола. При обчисленнях вважайте, що $\pi \approx 3$.

90. Яку **НАЙБІЛЬШУ** кількість осіб можна розсадити за круглим столом радіуса 1 м, якщо для кожної особи потрібно виділити не менше ніж 60 см периметра стола? При обчисленнях вважайте, що $\pi \approx 3$.
91. Якщо кінокамерою знімати екран телевізора, який демонструє те, що знімає ця кінокамера, то в першому телевізорі виникає нескінченний ряд телевізорів. Круглий логотип фірми-виробника телевізорів, що наклеєний у лівому нижньому куті екрана першого телевізора, має діаметр 12 см, а зображення цього логотипа в п'ятому телевізорі вказаного нескінченного ряду є кругом діаметра 7,5 мм. Знайдіть загальну площу (у см^2) усіх кругів-логотипів у нескінченному ряді телевізорів.
92. У рівносторонній трикутник зі стороною $2\sqrt{3}$ см вписано нескінченну послідовність кіл, які дотикаються одне до одного і до сторін цього трикутника (на рис. 43 зображено перші три кола цієї послідовності). Знайдіть суму довжин (у см) усіх кіл згаданої нескінченної послідовності.

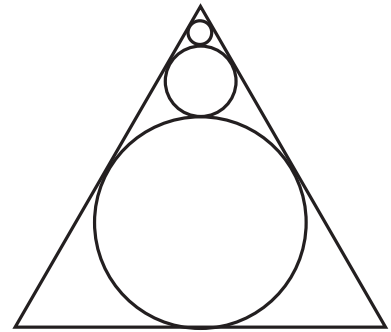


Рис. 43

Завдання з повним розв'язанням

Завдання 93–100 розв'яжіть із повним обґрунтуванням, посилаючись на відповідні означення, твердження, формули. У разі потреби проілюструйте розв'язання таблицями, діаграмами, графіками тощо.

93. У квадрат вписано круг, у який вписано інший квадрат (рис. 44). Знайдіть площу заштрихованої фігури, якщо сторона зовнішнього квадрата дорівнює 10.
94. У круг вписано правильний трикутник, у який вписано інший круг (рис. 45). Знайдіть площу заштрихованої фігури, якщо радіус зовнішнього круга дорівнює 10.

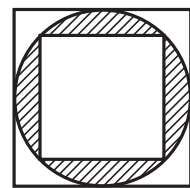


Рис. 44

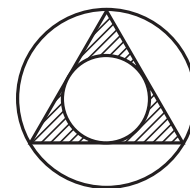


Рис. 45

95. Центри круга і квадрата, зображених на рис. 46, збігаються. Сторона квадрата дорівнює 15, а довжина хорди AB дорівнює $5\sqrt{3}$. Знайдіть площу заштрихованої фігури.

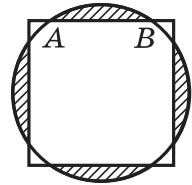


Рис. 46

96. Центри круга і правильного трикутника, зображених на рис. 47, збігаються. Сторона трикутника дорівнює $10\sqrt{3}$, а довжина хорди AB дорівнює радіусу кола, описаного навколо трикутника. Знайдіть площу заштрихованої фігури.

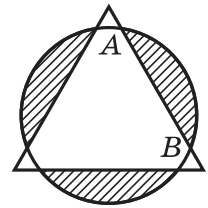


Рис. 47

97. На стороні AC трикутника ABC як на діаметрі побудовано коло, що перетинає сторони BC і AB у точках M і K відповідно. Знайдіть градусну міру кута ABC , якщо площа трикутника ABC у 9 разів більша за площу трикутника MBK .
98. На стороні AC трикутника ABC як на діаметрі побудовано коло, що перетинає сторони BC і AB у точках M і K відповідно. У скільки разів площа трикутника ABC більша за площу трикутника MBK , якщо $\angle MCK = 30^\circ$?
99. Через точку P поза колом проведено пряму, яка перетинає дане коло в точках A і B . Доведіть, що $PA \cdot PB = d^2 - R^2$, де R — радіус кола, а d — відстань від точки P до центра кола.
100. Дано два кола, які мають спільний центр. Доведіть, що сума квадратів відстаней від точки M , що належить одному з цих кіл, до кінців будь-якого діаметра іншого кола є величиною сталою і не залежить від вибору точки M .