

2.3. Побудова графіків функцій та рівнянь за допомогою геометричних перетворень

Найпростіші завдання з повним розв'язанням

Укажіть геометричні перетворення графіка функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $(-\infty; +\infty)$, які слід виконати, щоб отримати графіки функцій $y = g(x)$, наведених у завданнях 1–12. Укажіть координати точки M' , у яку переходить точка $M(6; -2)$, що належить графіку функції $y = f(x)$, внаслідок цих перетворень. Завдання розв'яжіть УСНО.

1. $g(x) = f(x) + 2.$

8. $g(x) = \frac{1}{2}f(x).$

2. $g(x) = f(x) - 3.$

9. $g(x) = f(3x).$

3. $g(x) = f(x - 4).$

10. $g(x) = f\left(\frac{1}{3}x\right).$

4. $g(x) = f(x + 5).$

11. $g(x) = |f(x)|.$

5. $g(x) = -f(x).$

12. $g(x) = f(|x|).$

6. $g(x) = f(-x).$

7. $g(x) = 2f(x).$

Укажіть центри і радіуси кіл, заданих рівняннями, які наведені у завданнях 13–20. Які з цих кіл проходять через початок координат? Завдання розв'яжіть УСНО.

13. $x^2 + y^2 = 16.$

17. $x^2 + (y - 3)^2 = 9.$

14. $x^2 + y^2 = 7.$

18. $x^2 + (y + 2,5)^2 = 11.$

15. $(x - 1)^2 + y^2 = 25.$

19. $(x - 8)^2 + (y + 6)^2 = 100.$

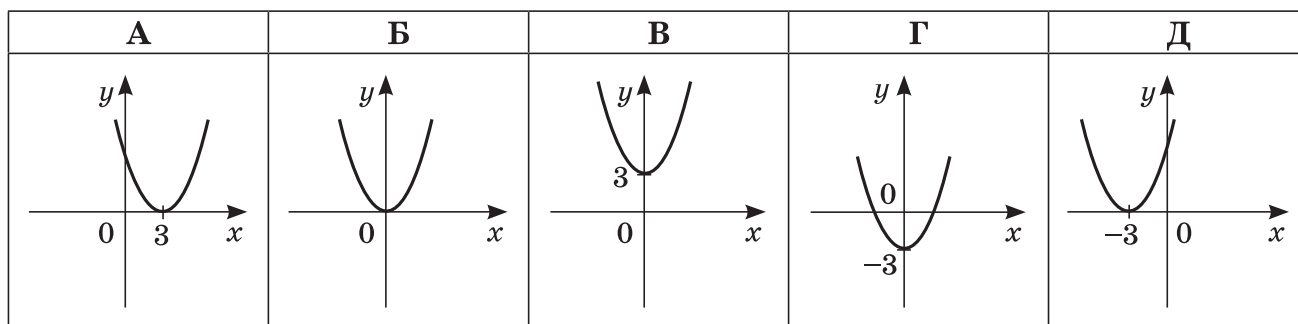
16. $(x + 2)^2 + y^2 = 5.$

20. $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 36.$

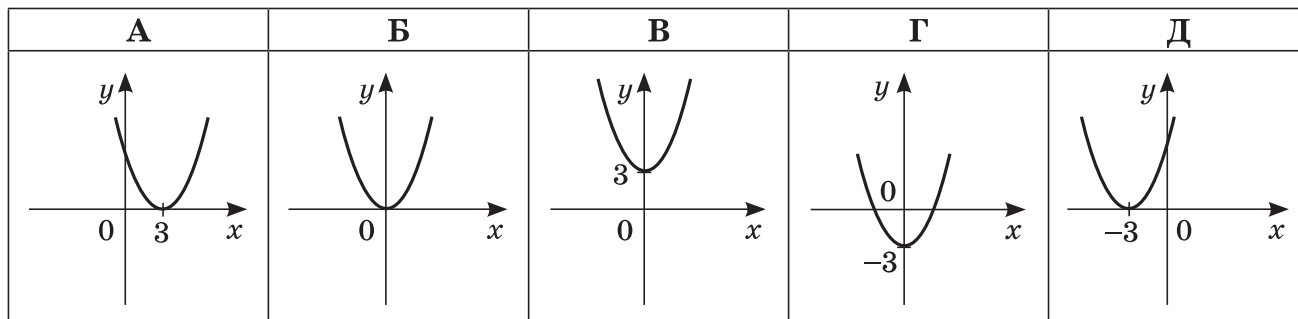
Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Проаналізуйте умови та вимоги завдань 21–50 та оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

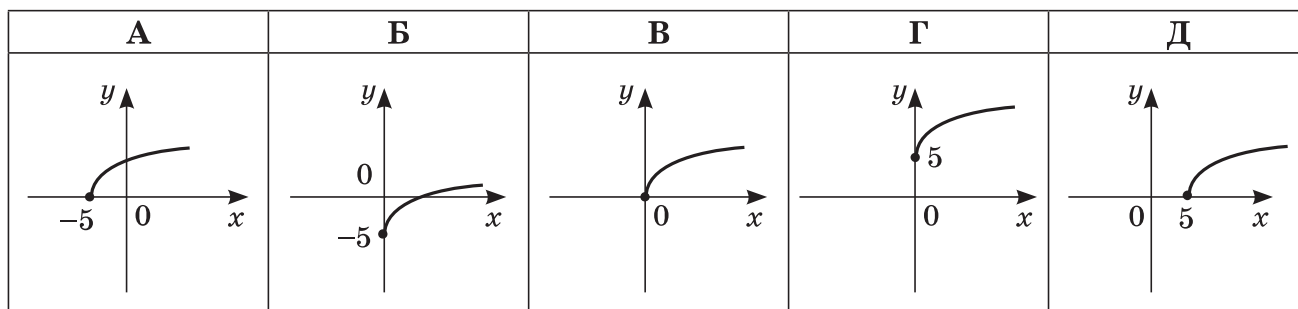
21. Укажіть рисунок, на якому може бути зображений фрагмент графіка функції $y = (x + 3)^2$.



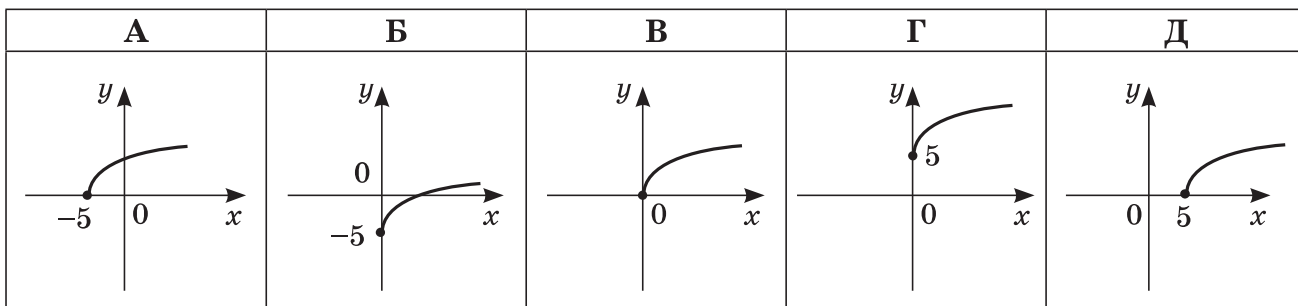
22. Укажіть рисунок, на якому може бути зображений фрагмент графіка функції $y = (x - 3)^2$.



23. Укажіть рисунок, на якому може бути зображений фрагмент графіка функції $y = \sqrt{x} - 5$.



24. Укажіть рисунок, на якому може бути зображений фрагмент графіка функції $y = 5 + \sqrt{x}$.



25. Графік функції $y = \log_5 x$ симетрично відобразили відносно осі абсцис, а потім перенесли на 2 одиниці вгору паралельно осі ординат. Укажіть функцію, графік якої отримали.

А	Б	В	Г	Д
$y = 2 + \log_5(-x)$	$y = -\log_5(x-2)$	$y = -2 + \log_5(-x)$	$y = -\log_5(x+2)$	$y = 2 - \log_5 x$

26. Графік функції $y = 3^x$ симетрично відобразили відносно осі ординат, а потім перенесли на 4 одиниці вниз паралельно осі ординат. Укажіть функцію, графік якої отримали.

А	Б	В	Г	Д
$y = 3^{-x} - 4$	$y = -3^{-x} + 4$	$y = -3^x + 4$	$y = 3^{-x} + 4$	$y = -3^x - 4$

27. Графік функції $y = \sin x$ утричі розтягнули вздовж осі ординат. Укажіть функцію, графік якої отримали.

А	Б	В	Г	Д
$y = \sin 3x$	$y = 3 \sin x$	$y = \sin \frac{1}{3} x$	$y = \frac{1}{3} \sin x$	$y = 3 + \sin x$

28. Графік функції $y = \cos x$ удвічі стиснули вздовж осі абсцис. Укажіть функцію, графік якої отримали.

А	Б	В	Г	Д
$y = \cos \frac{1}{2} x$	$y = \frac{1}{2} \cos x$	$y = \cos 2x$	$y = 2 \cos x$	$y = \cos(x-2)$

2.3. Побудова графіків функцій та рівнянь за допомогою геометричних перетворень

29. На рис. 35 зображено ескіз графіка функції $y = \arccos x$. Укажіть ескіз графіка функції $y = \arccos|x|$.

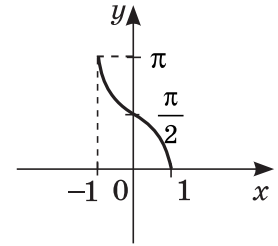


Рис. 35

А	Б	В	Г	Д

30. На рис. 36 зображено ескіз графіка функції $y = \arcsin(x-1)$. Укажіть ескіз графіка функції $y = |\arcsin(x-1)|$.

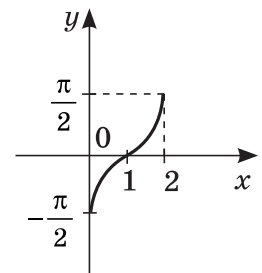


Рис. 36

А	Б	В	Г	Д

31. На рис. 37 зображено ескіз графіка функції $y = 2^x$ і точку M . Графік якої з наведених функцій може проходити через точку M ?

А	Б	В	Г	Д
$y = 2^x + 10$	$y = 2^{x+10}$	$y = 2^{-x}$	$y = 10 \cdot 2^x$	$y = -2^x$

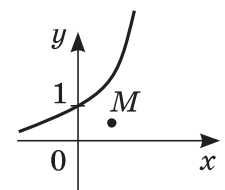


Рис. 37

32. На рис. 38 зображено ескіз графіка функції $y = \log_2 x$ і точку K . Графік якої з наведених функцій може проходити через точку K ?

А	Б	В
$y = \log_2(-x)$	$y = 10 \cdot \log_2 x$	$y = \log_2(x-10)$
Г		Д
$y = \frac{1}{10} \cdot \log_2 x$		$y = -\log_2 x$

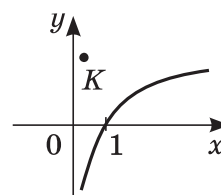


Рис. 38

33. На рис. 39 зображено ескіз графіка функції $y = \text{arcctg} x$ і точку P . Графік якої з наведених функцій може проходити через точку P ?

А	Б	В
$y = -\text{arcctg} x$	$y = \frac{1}{2} \text{arcctg} x$	$y = \text{arcctg}(x+2)$
Г		Д
$y = 2 \text{arcctg} x$		$y = -2 + \text{arcctg} x$

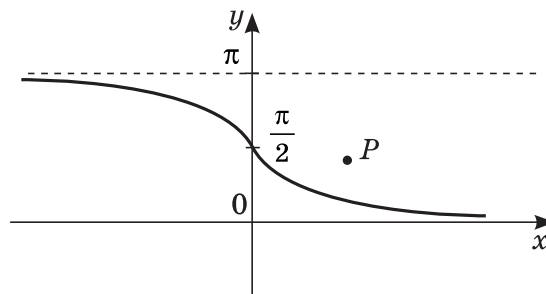


Рис. 39

34. На рис. 40 зображено ескіз графіка функції $y = \text{arctg} x$ і точку S . Графік якої з наведених функцій може проходити через точку S ?

А	Б	В
$y = 4 + \text{arctg} x$	$y = \frac{1}{4} \text{arctg} x$	$y = \text{arctg}(x-4)$
Г		Д
$y = 4 \text{arctg} x$		$y = -4 + \text{arctg} x$

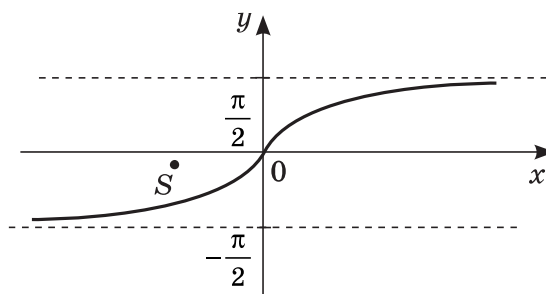


Рис. 40

35. Укажіть функцію, ескіз графіка якої може бути зображено на рис. 41.

А	Б	В
$y = -\sqrt{ x-1 }$	$y = \sqrt{1- x }$	$y = -\sqrt{x-1}$
Г		Д
$y = \sqrt{ x+1 }$		$y = -\sqrt{x+1}$

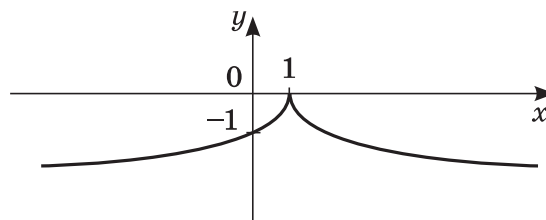


Рис. 41

2.3. Побудова графіків функцій та рівнянь за допомогою геометричних перетворень

36. Укажіть функцію, ескіз графіка якої може бути зображено на рис. 42.

А	Б	В
$y = 2 + \frac{1}{ x }$	$y = \frac{1}{ x } - 2$	$y = 2 + \frac{1}{x}$
Г		Д
$y = 2 - \frac{1}{ x }$		$y = 2 - \frac{1}{x}$

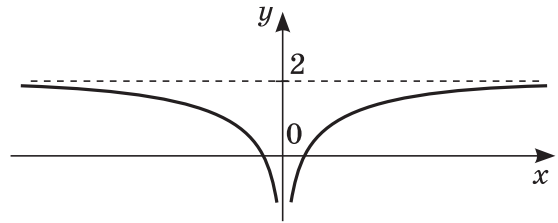


Рис. 42

37. Укажіть функцію, ескіз графіка якої може бути зображено на рис. 43.

А	Б	В
$y = \lg(1 - x)$	$y = \lg(x - 1)$	$y = \lg(1 + x)$
Г		Д
$y = \lg x - 1 $		$y = \lg x + 1 $

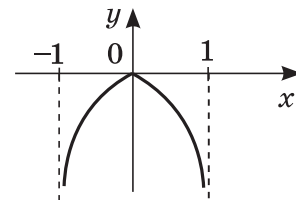


Рис. 43

38. Укажіть функцію, ескіз графіка якої може бути зображено на рис. 44.

А	Б	В
$y = 1 - 10^x $	$y = 1 + 10^x $	$y = 1 - 0,1^x $
Г		Д
$y = 1 + 0,1^x $		$y = 10^x + 0,1^x$

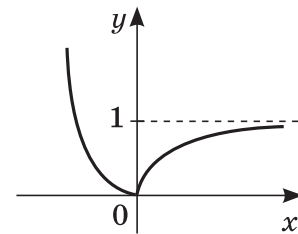


Рис. 44

39. Укажіть рівняння, графік якого проходить через ОБИДВІ точки, позначені на рис. 45.

А	Б	В
$x + 1 = 0$	$x(x + 1) = 0$	$x = 0$
Г		Д
$x(x - 1) = 0$		$x - 1 = 0$

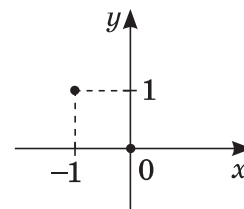


Рис. 45

40. Укажіть рівняння, графік якого проходить через ОБИДВІ точки, позначені на рис. 46.

А	Б	В	Г	Д
$y+1=0$	$x+y=0$	$y=0$	$y-x=0$	$y-1=0$

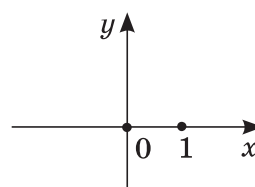


Рис. 46

41. Укажіть графік рівняння $x+|y|=0$.

А	Б	В	Г	Д

42. Укажіть графік рівняння $|x|-|y|=0$.

А	Б	В	Г	Д

43. Яким координатним чвертям належать точки, координати яких задовольняють рівняння $xy-x+2y=2$?

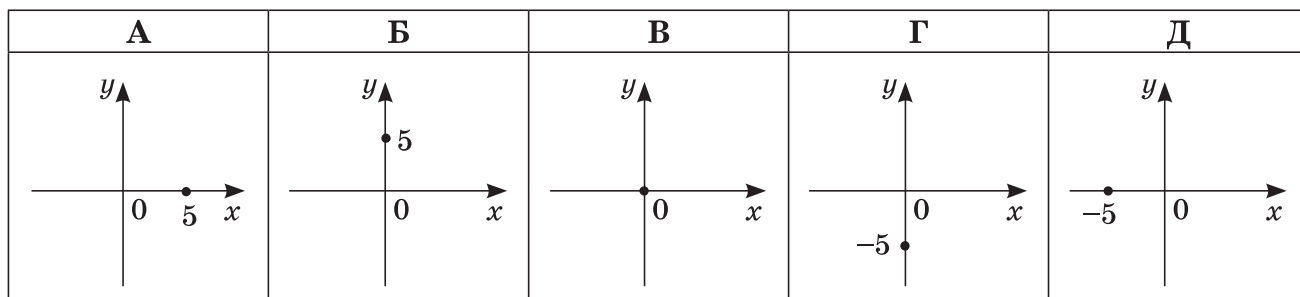
А	Б	В	Г	Д
Усім, крім I	Усім, крім II	Усім, крім III	Усім, крім IV	Усім чвертям

44. Яким координатним чвертям належать точки, координати яких задовольняють рівняння $4x+2xy-y=2$?

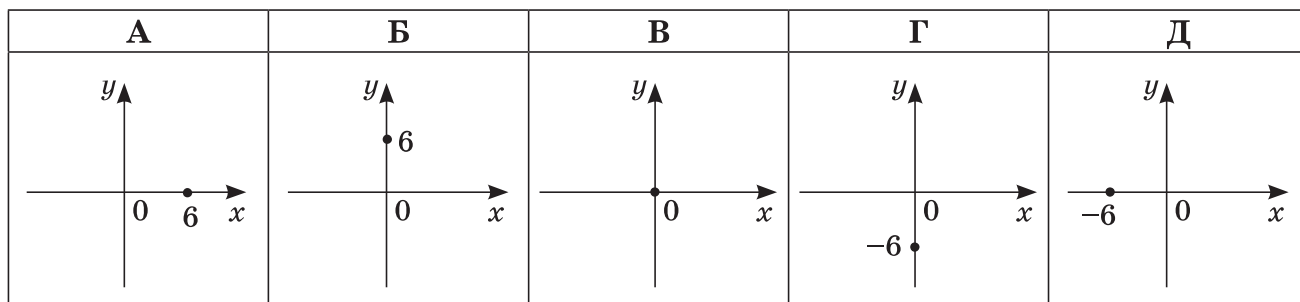
А	Б	В	Г	Д
Усім, крім I	Усім, крім II	Усім, крім III	Усім, крім IV	Усім чвертям

2.3. Побудова графіків функцій та рівнянь за допомогою геометричних перетворень

45. Укажіть рисунок, на якому позначено центр кола, заданого рівнянням $(x+5)^2 + y^2 = 25$.



46. Укажіть рисунок, на якому позначено центр кола, заданого рівнянням $x^2 + (y-6)^2 = 36$.



47. Укажіть рівняння, яке може задавати коло, зображене на рис. 47.

А	Б	В
$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$	$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$	$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$
Г		Д
$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$		$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$

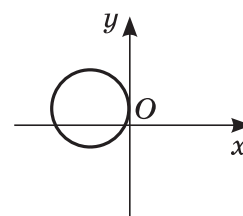


Рис. 47

48. Укажіть рівняння, яке може задавати коло, зображене на рис. 48.

А	Б	В
$(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$	$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$	$(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$
Г		Д
$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$		$(x+2)^2 + (y+2)^2 = 1$

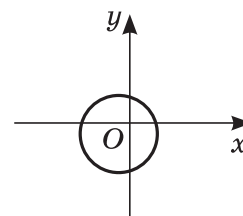


Рис. 48

49. Визначте координати центра кола, заданого рівнянням $x^2 + 2y + y^2 = 1$.

А	Б	В	Г	Д
(0; 0)	(-1; 0)	(0; -1)	(1; 0)	(0; 1)

50. Визначте радіус кола, заданого рівнянням $x^2 + y^2 = 2x$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	$\frac{1}{2}$	$2x$	$\sqrt{2x}$

У завданнях 51–54 сформульовано проблему (питання), яку потрібно розв'язати (отримати однозначну відповідь на питання), використовуючи для цього додаткові дані — твердження (1) і (2). Визначте, чи достатньо цих даних для розв'язання проблеми, і оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь*.

51. Відомо, що $h(x) = f(x + 5)$. Знайдіть значення $h(0)$.

(1) Графік функції $y = f(x)$ проходить через точки $(-2; 0)$ і $(5; 0)$.

(2) Графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $(0; 5)$.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

52. Відомо, що $g(x) = 3f(x)$. Знайдіть значення $g(0)$.

(1) Графік функції $y = f(x)$ проходить через точки $(-2; 0)$ і $(5; 0)$.

(2) Графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $(0; 5)$.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

* Саму проблему розв'язувати не обов'язково.

2.3. Побудова графіків функцій та рівнянь за допомогою геометричних перетворень

53. Радіус кола $R = 4$. Запишіть рівняння цього кола.

(1) Точка $(0; 4)$ належить цьому колу.

(2) Початок координат є центром цього кола.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

54. Центр кола знаходиться в точці $M_0(0; -7)$. Запишіть рівняння цього кола.

(1) Дане коло дотикається до осі абсцис.

(2) Дане коло проходить через початок координат.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

У завданнях 55–56 порівняйте величини X і Y та оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

55. Відомо, що графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $L(-1; 5)$, а $g(x) = f(|x|)$.

Величина X : значення $f(-1)$.

Величина Y : значення $g(-1)$.

А	Б	В	Г
Величина X більша за величину Y	Величина Y більша за величину X	Величини X і Y рівні між собою	Для порівняння величин X і Y недостатньо даних

56. Відомо, що графік функції $y = f(x)$ проходить через точку $L(-3; 2)$, а $g(x) = |f(x)|$.

Величина X : значення $f(-3)$.

Величина Y : значення $g(-3)$.

А	Б	В	Г
Величина X більша за величину Y	Величина Y більша за величину X	Величини X і Y рівні між собою	Для порівняння величин X і Y недостатньо даних

Завдання на встановлення відповідності

У завданнях 57–60 до кожного рядка, позначеного цифрою, доберіть один відповідник, позначений літерою.

57. Установіть відповідність між функціями (1–4) і проміжками (А–Д), які є множинами значень цих функцій, якщо множина значень функції $y = f(x)$ $E(f) = [4; 10]$.

1 $y = 2f(x)$	А $[2; 5]$
2 $y = f(2x)$	Б $[6; 12]$
3 $y = \frac{1}{2}f(x)$	В $[8; 20]$
4 $y = 2 + f(x)$	Г $[2; 8]$
	Д $[4; 10]$

58. Установіть відповідність між функціями (1–4) і проміжками (А–Д), які є областями визначення цих функцій, якщо область визначення функції $y = g(x)$ $D(g) = [-1; 3]$.

1 $y = g(x)$	А $[-1; 3]$
2 $y = g(x) $	Б $[-2; 2]$
3 $y = g(x+1)$	В $[1; 3]$
4 $y = g(x-1)$	Г $[0; 4]$
	Д $[-3; 3]$

59. Установіть відповідність між функціями (1–4) і їх найменшими додатними періодами (А–Д).

1 $y = \sin 4x$	А 4π
2 $y = 4 + \cos x$	Б 2π
3 $y = \frac{1}{4} \operatorname{tg} x$	В π
4 $y = \operatorname{ctg} \left(\frac{1}{4} x \right)$	Г $\frac{\pi}{2}$
	Д $\frac{\pi}{4}$

60. Установіть відповідність між функціями (1–4) і властивостями цих функцій (А–Д).

1 $y = \sin(2x) + \cos(\pi x)$

2 $y = 2\sin x \cos x$

3 $y = \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$

4 $y = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$

А Функція є неперіодичною

Б Функція є періодичною з найменшим додатним періодом $T = 6\pi$

В Функція є періодичною з найменшим додатним періодом $T = 2\pi$

Г Функція є періодичною з найменшим додатним періодом $T = \pi$

Д Функція є періодичною, але найменшого додатного періода не існує

Завдання на встановлення послідовності

У завданнях 61–62 виберіть тільки необхідні для розв'язання поставленої задачі дії і розмістіть їх у правильній послідовності. У відповідь запишіть отриману послідовність літер.

61. Як побудувати графік функції $y = 3\sin(x + 3)$?

А Побудувати графік $y = \sin x$.

Б Виконати паралельне перенесення отриманого графіка на 3 одиниці праворуч.

В Виконати паралельне перенесення отриманого графіка на 3 одиниці ліворуч.

Г Виконати паралельне перенесення отриманого графіка на 3 одиниці вгору.

Д Виконати паралельне перенесення отриманого графіка на 3 одиниці вниз.

Е Виконати стиск отриманого графіка у 3 рази вздовж осі абсцис.

Є Виконати стиск отриманого графіка у 3 рази вздовж осі ординат.

Ж Виконати розтяг отриманого графіка у 3 рази вздовж осі абсцис.

З Виконати розтяг отриманого графіка у 3 рази вздовж осі ординат.

62. Як побудувати графік функції $y = \sqrt{2x - 6}$?

А Побудувати графік функції $y = \sqrt{x}$.

Б Виконати стиск отриманого графіка у 2 рази вздовж осі абсцис.

В Виконати розтяг отриманого графіка у 2 рази вздовж осі абсцис.

Г Виконати стиск отриманого графіка у 2 рази вздовж осі ординат.

Д Виконати розтяг отриманого графіка у 2 рази вздовж осі ординат.

Е Виконати паралельне перенесення отриманого графіка на 6 одиниць праворуч.

Є Виконати паралельне перенесення отриманого графіка на 6 одиниць ліворуч.

Ж Виконати паралельне перенесення отриманого графіка на 3 одиниці праворуч.

З Виконати паралельне перенесення отриманого графіка на 3 одиниці ліворуч.

Завдання з короткою відповіддю

Розв'яжіть завдання 63–92 і запишіть відповідь **ОДИМ ЧИСЛОМ**.

63. На рис. 49 зображено графіки функцій $y = f(x)$ (суцільна лінія) та $y = g(x)$ (пунктирна лінія), причому відомо, що $g(x) = f(x + a)$. Знайдіть a .

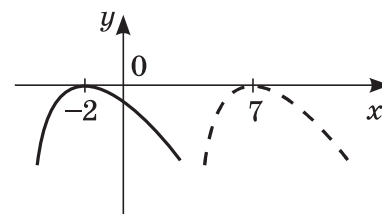


Рис. 49

64. На рис. 50 зображено графіки функцій $y = \varphi(x)$ (суцільна лінія) та $y = \psi(x)$ (пунктирна лінія), причому відомо, що $\psi(x) = \varphi(x) - A$. Знайдіть A .

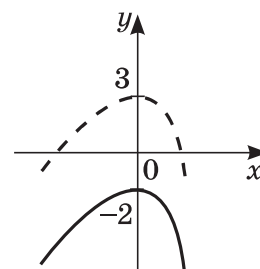


Рис. 50

65. Областю визначення функції $f(x)$ є проміжок $[-3; 5]$. Знайдіть **НАЙМЕНШЕ** значення аргументу функції $g(x) = f(x - 5)$, який належить її області визначення.
66. Областю визначення функції $\varphi(x)$ є проміжок $[-4; 8]$. Знайдіть **НАЙБІЛЬШЕ** значення аргументу функції $\psi(x) = \varphi\left(\frac{1}{4}x\right)$, який належить її області визначення.
67. Знайдіть значення параметра b , при якому графік функції $y = b + 2^x$ проходить через точку $(-1; 4)$.
68. Знайдіть значення параметра a , при якому графік функції $y = a \log_3 x$ проходить через точку $(9; 3)$.

2.3. Побудова графіків функцій та рівнянь за допомогою геометричних перетворень

69. Знайдіть значення параметра c ($c > 0$), при якому найменший додатний період функції $y = \sin(cx)$ дорівнює $7,5\pi$.
70. Знайдіть значення параметра p , при якому область визначення функції $y = \arcsin(x + p)$ є проміжок $[-4,5; -2,5]$.
71. Множиною значень функції $f(x)$ є відрізок $[-9; 5]$. Знайдіть **НАЙБІЛЬШЕ** значення функції $g(x) = 10 + |f(x)|$.
72. Множиною значень функції $\varphi(x)$ є відрізок $[-11; 8]$. Знайдіть **НАЙБІЛЬШЕ** значення функції $\psi(x) = 5 \cdot |\varphi(x)|$.

73. На рис. 51 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 3]$. Скільки точок перетину з віссю абсцис на цьому проміжку має функція $y = f(|x|)$?

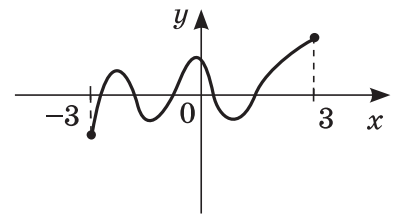


Рис. 51

74. На рис. 52 зображено графік функції $y = g(x)$, визначеної на проміжку $[-5; 5]$. Скільки точок перетину з віссю абсцис на цьому проміжку має функція $y = g(|x|)$?

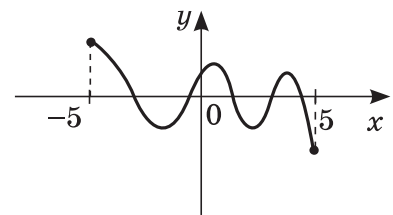


Рис. 52

75. Виконали такі перетворення графіка функції $f(x) = \sin x$: 1) симетрію відносно осі ординат; 2) стиск у 2 рази вздовж осі абсцис; 3) паралельне перенесення на 1 одиницю вниз. Унаслідок цих перетворень отримали графік функції $g(x)$. Знайдіть значення $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

76. Виконали такі перетворення графіка функції $\varphi(x) = \cos x$: 1) симетрію відносно осі абсцис; 2) розтяг у 4 рази вздовж осі ординат; 3) паралельне перенесення на $\frac{\pi}{6}$ одиниць праворуч. Унаслідок цих перетворень отримали графік функції $\psi(x)$. Знайдіть значення $\psi\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

77. На рис. 53 зображено ескіз графіка функції $y = \frac{ax+b}{x+c}$.

Визначте знаки параметрів a , b і c . У відповідь запишіть НОМЕР правильного, на вашу думку, варіанта.

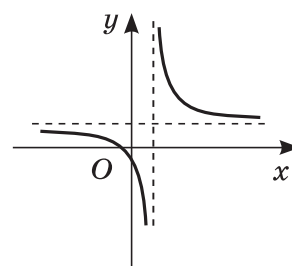


Рис. 53

- 1) $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c > 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c < 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c > 0; \end{cases}$

- 2) $\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c < 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c > 0; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c < 0. \end{cases}$

78. На рис. 54 зображено ескіз графіка функції $y = \frac{ax+b}{x+c}$.

Визначте знаки параметрів a , b і c . У відповідь запишіть НОМЕР правильного, на вашу думку, варіанта.

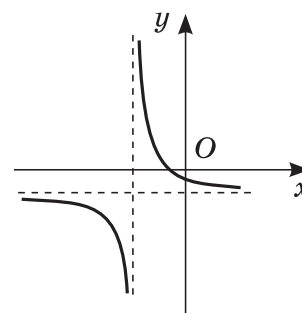


Рис. 54

- 1) $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c > 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0, \\ c < 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c < 0; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c > 0; \end{cases}$

- 2) $\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c > 0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} a > 0, \\ b < 0, \\ c < 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0, \\ c > 0; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0, \\ c < 0. \end{cases}$

79. У яких координатних чвертях знаходиться графік рівняння $x^2 + 3x + 2 = 0$? У відповідь запишіть суму НОМЕРІВ цих чвертей.

2.3. Побудова графіків функцій та рівнянь за допомогою геометричних перетворень

80. У яких координатних чвертях знаходиться графік рівняння $y^2 - 5y + 6 = 0$? У відповідь запишіть суму НОМЕРІВ цих чвертей.
81. Графіком рівняння $(x+18)^2 + |y-4| = 0$ є одна точка. Знайдіть СУМУ координат цієї точки.
82. Графіком рівняння $|x-2| + \sqrt{y-21} = 0$ є одна точка. Знайдіть СУМУ координат цієї точки.
83. Знайдіть найменше ЦІЛЕ значення параметра c , при якому пряма $x = c$ перетинає графік рівняння $|x| + 5|y| - 10 = 0$ тільки у двох точках.
84. Знайдіть НАЙБІЛЬШЕ значення параметра a , при якому пряма $y = a$ перетинає графік рівняння $0,1|x| + 0,2|y| - 1 = 0$ принаймні в одній точці.
85. Графік функції $y = f(x)$ складається тільки з чотирьох точок, позначених на рис. 55. Зі скількох точок складається графік рівняння $|y| = f(x)$?

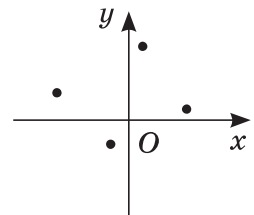


Рис. 55

86. Графік функції $y = g(x)$ складається тільки з п'яти точок, позначених на рис. 56. Зі скількох точок складається графік рівняння $|y| = g(|x|)$?

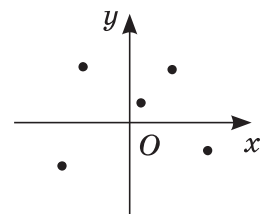


Рис. 56

87. Знайдіть діаметр кола, заданого рівнянням $x^2 + 16x + y^2 = 36$.

88. Коло задано рівнянням $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$. Знайдіть площу круга, обмеженого цим колом. Відповідь округліть до сотих, вважаючи, що $\pi \approx 3,14$.
89. Знайдіть координати $(x_0; y_0)$ центра кола, заданого рівнянням $x^2 - 4x + y^2 + 10y = 1$. У відповідь запишіть значення СУМИ $x_0 + y_0$.
90. Знайдіть координати $(x_0; y_0)$ центра симетрії лінії, заданої рівнянням $x^2 + y^2 - 3x + 7y + 2 = 0$. У відповідь запишіть значення СУМИ $x_0 + y_0$.
91. Скільки точок координатної площини, обидві координати яких є цілими числами, належать графіку рівняння $(|x| - 2)^2 + (|y| - 1)^2 = 5$?
92. Скільки точок координатної площини, обидві координати яких є цілими числами, належать графіку рівняння $(|x| - 1)^2 + (|y| + 2)^2 = 5$?

Завдання з повним розв'язанням

Завдання 93–100 розв'яжіть із повним обґрунтуванням, посилаючись на відповідні означення, твердження, формули. У разі потреби проілюструйте розв'язання таблицями, діаграмами, графіками тощо.

93. На рис. 57 зображено графік функції $y = f(x)$.

Знайдіть:

- область визначення функції
 $g(x) = 2f(2x - 2) + 1$;
- множину значень функції
 $g(x) = 2f(2x - 2) + 1$;
- проміжки зростання і спадання функції $h(x) = |f(x)|$;
- точки локального екстремуму та локальні екстремуми функції $\varphi(x) = f(|x|)$.

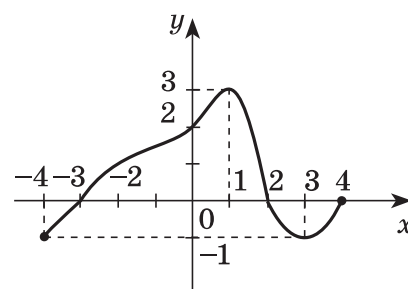


Рис. 57

94. На рис. 58 зображено графік функції $y = f(x)$.

Знайдіть:

а) область визначення функції

$$g(x) = \frac{1}{4}f(3-x) - 2;$$

б) множину значень функції

$$g(x) = \frac{1}{4}f(3-x) - 2;$$

в) проміжки зростання і спадання функції

$$\varphi(x) = f(|x|);$$

г) точки локального екстремуму та локальні екстремуми функції $h(x) = |f(x)|$.

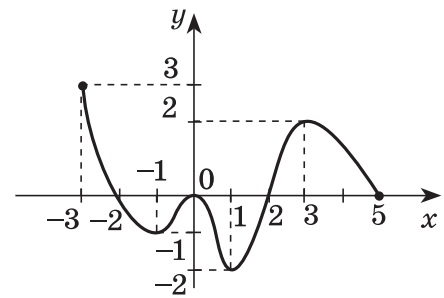


Рис. 58

95. Побудуйте:

а) графік функції $y = 4 - \sqrt{(x-4)^2}$;

б) графік функції $y = 4 - \sqrt{(|x|-4)^2}$;

в) ГМТ, задане рівнянням $|y| + \sqrt{(|x|-4)^2} = 4$.

Знайдіть усі значення параметра c , при яких пряма $x = c$ перетинає графік рівняння $|y| + \sqrt{(|x|-4)^2} = 4$ тільки у двох точках.

96. Побудуйте:

а) графік функції $y = 3^{\log_3|x+5|}$;

б) графік функції $y = 3^{\log_3||x|+5|}$;

в) ГМТ, задане рівнянням $|y| = 3^{\log_3||x|+5|}$.

Знайдіть усі значення параметра b , при яких пряма $y = b$ не перетинає графік рівняння $|y| = 3^{\log_3||x|+5|}$.

- 97.** Лінію задано рівнянням $(|x|+1)^2 + (y-a)^2 = 2$.
- а) Зобразіть указану лінію на координатній площині при $a = 4$.
 - б) Знайдіть довжину цієї лінії.
 - в) Знайдіть усі значення параметра a , при яких дана лінія перетинає вісь абсцис тільки в одній точці.
- 98.** Лінію задано рівнянням $(|x|-1)^2 + (y+b)^2 = 2$.
- а) Зобразіть указану лінію на координатній площині при $b = 3$.
 - б) Знайдіть довжину цієї лінії.
 - в) Знайдіть усі значення параметра b , при яких дана лінія перетинає вісь абсцис тільки у двох точках.
- 99.** Побудуйте окремо графіки рівнянь $|x-5|+|y|=1$ і $(x-a)^2 + y^2 = 4$ при $a = -2$. Знайдіть усі значення параметра a , при яких побудовані графіки:
- а) не перетинаються;
 - б) перетинаються тільки в одній точці.
- 100.** Побудуйте окремо графіки рівнянь $x^2 + (y-10)^2 = 1$ і $x^2 + y^2 = a^2$ при $a = -3$. Знайдіть усі значення параметра a , при яких побудовані графіки перетинаються:
- а) тільки в одній точці;
 - б) принаймні в одній точці.