

1.3. Тригонометричні вирази

Найпростіші завдання з повним розв'язанням

Завдання 1–20 розв'яжіть УСНО.

1. Виразіть у радіанах кути 30° ; 60° .
2. Виразіть у радіанах кути 120° ; 135° .
3. Виразіть у радіанах кути 10° ; 36° .
4. Виразіть у радіанах кути 720° ; 450° .
5. Виразіть у градусах кути $\frac{\pi}{4}$; $\frac{2\pi}{3}$.
6. Виразіть у градусах кути $\frac{5\pi}{3}$; $\frac{11\pi}{6}$.
7. Виразіть у градусах кути $\frac{\pi}{12}$; $\frac{7\pi}{10}$.
8. Виразіть у градусах кути 3π ; $2,5\pi$.
9. Обчисліть: $\sin 90^\circ$; $\cos 180^\circ$.
10. Обчисліть: $\operatorname{tg} 360^\circ$; $\operatorname{ctg} 270^\circ$.
11. Обчисліть: $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$; $\cos(-\pi)$.
12. Обчисліть: $\sin(-45^\circ)$; $\cos(-60^\circ)$.
13. Обчисліть: $\operatorname{tg}(-30^\circ)$; $\operatorname{ctg}(-30^\circ)$.

14. Обчисліть: $\sin^2 \frac{\pi}{6}$; $\operatorname{tg}^3 \frac{\pi}{4}$.

15. Обчисліть значення виразу:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{10} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{10}$;

б) $\cos^2 \frac{\pi}{5} + \sin^2 \frac{\pi}{5}$.

16. Обчисліть значення виразу:

а) $2\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$;

б) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$.

17. Обчисліть значення виразу:

а) $\sin 45^\circ \cdot \cos 15^\circ - \cos 45^\circ \cdot \sin 15^\circ$;

б) $\cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ$.

18. Обчисліть значення виразу:

а) $\sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12} + \cos \frac{5\pi}{12} \cdot \sin \frac{\pi}{12}$;

б) $\cos \frac{3\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{3\pi}{8} \cdot \sin \frac{\pi}{8}$.

19. Обчисліть значення виразу:

а) $\frac{\operatorname{tg} 10^\circ + \operatorname{tg} 50^\circ}{1 - \operatorname{tg} 10^\circ \cdot \operatorname{tg} 50^\circ}$;

б) $\frac{2\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{12}}$.

20. Обчисліть значення виразу:

а) $\frac{2\operatorname{tg} 15^\circ}{1 + \operatorname{tg}^2 15^\circ}$;

б) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}$.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Проаналізуйте умови та вимоги завдань 21–50 та оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

21. Якій координатній чверті належить кут 10 радіан?

А	Б	В	Г	Д
I	II	III	IV	Визначити неможливо

22. Якій координатній чверті належить кут $\alpha = -4$ радіан?

А	Б	В	Г	Д
I	II	III	IV	Визначити неможливо

23. Яких значень МОЖЕ набувати вираз $\sin(\pi n)$, якщо $n \in \mathbb{N}$?

А	Б	В	Г	Д
Тільки (-1)	Тільки 1	Тільки 0	Тільки (-1) або 1	Будь-якого значення з проміжку $[-1; 1]$

24. Яких значень МОЖЕ набувати вираз $\cos(\pi n)$, якщо $n \in \mathbb{N}$?

А	Б	В	Г	Д
Тільки (-1)	Тільки 1	Тільки 0	Тільки (-1) або 1	Будь-якого значення з проміжку $[-1; 1]$

25. На одиничному колі зображено точку $P\left(-\sqrt{\frac{7}{8}}; \sqrt{\frac{1}{8}}\right)$ (рис. 1). Знайдіть $\cos \alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}$	$-\frac{1}{\sqrt{8}}$	$-\frac{1}{\sqrt{7}}$	$\frac{1}{\sqrt{8}}$	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}$

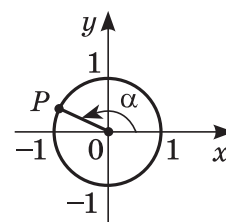


Рис. 1

26. На одиничному колі зображено точку $M\left(-\frac{1}{\sqrt{5}}; -\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ (рис. 2). Знайдіть $\sin \beta$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{5}}$	$-\frac{2}{\sqrt{5}}$

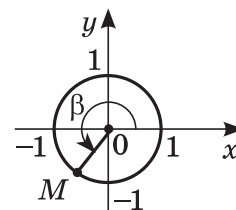


Рис. 2

27. На одиничному колі зображено точку S (рис. 3). Якому з наведених проміжків належить значення $\operatorname{ctg} \gamma$?

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1)$	$(-1; 0)$	$(0; 1)$	$(1; +\infty)$	Визначити неможливо

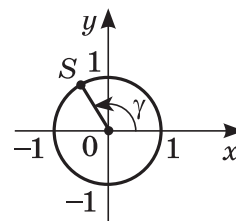


Рис. 3

28. Користуючись умовою попереднього завдання, укажіть проміжок, якому належить значення $\operatorname{tg} \gamma$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1)$	$(-1; 0)$	$(0; 1)$	$(1; +\infty)$	Визначити неможливо

29. Укажіть числовий вираз, значення якого є найбільшим.

А	Б	В	Г	Д
$\operatorname{ctg} 5$	$\sin 4$	$\operatorname{tg} 3$	$\cos 2$	$\sin 1$

30. Укажіть числовий вираз, значення якого є найменшим.

А	Б	В	Г	Д
$\cos 1$	$\sin 2$	$\sin 3$	$\cos 4$	$\cos 5$

31. Відомо, що $a = \sin 1$, $b = \sin^2 1$, $c = 1$. Укажіть правильне співвідношення.

А	Б	В	Г	Д
$b < a < c$	$a < c < b$	$c < b < a$	$a < b < c$	$a = b = c$

32. Відомо, що $x = \sin 2$, $y = \sin^2 2$, $z = \cos 2$. Укажіть правильну подвійну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$x < y < z$	$x < z < y$	$z < y < x$	$z < x < y$	$y < x < z$

33. Спростіть вираз $\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right)$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	1	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$

34. Спростіть вираз $\cos(9\pi + \beta)$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos \beta$	$\sin \beta$	1	$-\sin \beta$	$-\cos \beta$

35. Відомо, що $\operatorname{tg}(x + \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$. Якого значення МОЖЕ набувати градусна міра кута x ?

А	Б	В	Г	Д
45°	135°	180°	270°	360°

36. Відомо, що $\cos(x + \beta) = -\sin\beta$. Якого значення МОЖЕ набувати градусна міра кута x ?

А	Б	В	Г	Д
45°	90°	180°	270°	360°

37. Знайдіть $\cos\alpha$, якщо $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3}$, а $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

А	Б	В	Г	Д
$3\sqrt{10}$	$\frac{3}{\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\frac{1}{3\sqrt{10}}$

38. Знайдіть $\sin\beta$, якщо $\operatorname{ctg}\beta = \sqrt{8}$, а $\cos\beta = \frac{\sqrt{8}}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
3	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{\sqrt{8}}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{3}$

39. Спростіть вираз $\frac{1 + \sin\beta}{\cos\beta} + \frac{\cos\beta}{1 + \sin\beta}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{\sin\beta}$	$\frac{2}{1 + \sin\beta}$	1	$\frac{2}{1 + \cos\beta}$	$\frac{2}{\cos\beta}$

40. Спростіть вираз $\operatorname{tg}^2\alpha - \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
1	$-\operatorname{tg}^2\alpha$	-1	$-\operatorname{ctg}^2\alpha$	0

41. Спростіть вираз $\cos^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos^2\alpha$	$1 + \cos^2\alpha$	1	$1 + \sin^2\alpha$	$\sin^2\alpha$

42. Спростіть вираз $\operatorname{tg}\beta \cdot (\cos\beta + \operatorname{ctg}\beta)$.

А	Б	В	Г	Д
$1 + \operatorname{tg}\beta$	$1 + \cos\beta$	1	$1 + \sin\beta$	$1 + \operatorname{ctg}\beta$

43. Спростіть вираз $\frac{2\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \sqrt{3}\cos\alpha}{2\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sqrt{3}\sin\alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$

44. Спростіть вираз $\frac{\cos(45^\circ + \beta) + \sin(45^\circ + \beta)}{\cos(45^\circ + \beta) - \sin(45^\circ + \beta)}$.

А	Б	В	Г	Д
$\operatorname{tg}\beta$	$\operatorname{ctg}\beta$	0	$-\operatorname{ctg}\beta$	$-\operatorname{tg}\beta$

45. Спростіть вираз $\sin^2 4\alpha - \cos^2 4\alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$-\cos 2\alpha$	$-\cos 8\alpha$	1	$\cos 8\alpha$	$\cos 2\alpha$

46. Спростіть вираз $\cos^2 6\beta + \sin^2(-6\beta)$.

А	Б	В	Г	Д
$-\cos 2\beta$	$-\cos 12\beta$	1	$\cos 12\beta$	$\cos 2\beta$

47. Спростіть вираз $\frac{\sin 18\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 6\alpha}$.

А	Б	В	Г	Д
$2\sin 12\alpha$	$2\cos 12\alpha$	$\operatorname{tg} 3\alpha + \operatorname{tg} \alpha$	$2\cos 24\alpha$	$2\sin 24\alpha$

48. Спростіть вираз $\frac{\cos 6\beta - \cos 10\beta}{2\sin 4\beta \cdot \cos 4\beta}$.

А	Б	В	Г	Д
$-2\sin 2\beta$	$-2\sin 4\beta$	$\sin 2\beta$	$2\sin 4\beta$	$2\sin 2\beta$

49. Укажіть числовий вираз, значення якого є найбільшим.

А	Б	В	Г	Д
$\arcsin 1$	$\arccos 1$	$\operatorname{arctg} 1$	$\operatorname{arcctg} 1$	1

50. Укажіть числовий вираз, значення якого є найменшим.

А	Б	В	Г	Д
$\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$	$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$	$\operatorname{arctg}(-1)$	$\operatorname{arcctg}(-1)$	$\arccos(-1)$

У завданнях 51–54 сформульовано проблему (питання), яку потрібно розв'язати (отримати однозначну відповідь на питання), використовуючи для цього додаткові дані — твердження (1) і (2). Визначте, чи достатньо цих даних для розв'язання проблеми, і оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь*.

51. Знайдіть $5 \cdot \operatorname{ctg} \alpha$.

$$(1) \sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{7}}.$$

$$(2) \cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{7}}.$$

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

52. Знайдіть $4 + \cos^2 \beta$.

$$(1) \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$(2) \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

* Саму проблему розв'язувати не обов'язково.

53. Знайдіть $\sin^2 \beta - \cos^2 \beta$.

(1) $\sin \beta - \cos \beta = -0,2$.

(2) $\cos 2\beta = 0,28$.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

54. Знайдіть $\sin \gamma \cdot \cos \gamma$.

(1) $\sin \gamma + \cos \gamma = 1,4$.

(2) $\sin 2\gamma = 0,96$.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

У завданнях 55–56 порівняйте величини X і Y та оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

55. Відомо, що $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

Величина X : $\sin \alpha$.

Величина Y : $\cos \alpha$.

А	Б	В	Г
Величина X більша за величину Y	Величина Y більша за величину X	Величини X і Y рівні між собою	Для порівняння величин X і Y недостатньо даних

56. Відомо, що $\beta \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Величина X : $\cos \beta$.

Величина Y : $\operatorname{tg} \beta$.

А	Б	В	Г
Величина X більша за величину Y	Величина Y більша за величину X	Величини X і Y рівні між собою	Для порівняння величин X і Y недостатньо даних

Завдання на встановлення відповідності

У завданнях 57–60 до кожного рядка, позначеного цифрою, доберіть один відповідник, позначений літерою.

57. Установіть відповідність між виразами (1–4) і тотожно рівними їм виразами (А–Д).

1 $-\sin\alpha$	А $\cos(\pi + \alpha)$
2 $\sin\alpha$	Б $\sin(\pi - \alpha)$
3 $\cos\alpha$	В $\cos\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right)$
4 $-\cos\alpha$	Г $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$
	Д $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

58. Установіть відповідність між виразами (1–4) і тотожно рівними їм виразами (А–Д).

1 $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	А $2\operatorname{ctg}\alpha$
2 $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha$	Б $\sin 2\alpha$
3 $2\cos\alpha \cdot \sin\alpha$	В $\cos 2\alpha$
4 $\frac{2\cos\alpha}{\sin\alpha}$	Г $2\operatorname{tg}\alpha$
	Д 1

59. Установіть відповідність між виразами (1–4) і їх числовими значеннями (А–Д).

1 $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	А $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
2 $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	Б $\frac{1}{2}$
3 $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	В $-\frac{1}{2}$
4 $\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$	Г $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
	Д $-\sqrt{3}$

60. Установіть відповідність між виразами (1–4) і їх числовими значеннями (А–Д).

1	$\arcsin 1$	А	$\frac{\pi}{4}$
2	$\arccos(-1)$	Б	$\frac{\pi}{2}$
3	$\operatorname{arctg} 1$	В	$\frac{3\pi}{4}$
4	$\operatorname{arcctg}(-1)$	Г	π
		Д	$-\frac{\pi}{4}$

Завдання на встановлення послідовності

У завданнях 61–62 виберіть тільки необхідні для розв'язання поставленої задачі дії і розмістіть їх у правильній послідовності. У відповідь запишіть отриману послідовність літер.

61. Як спростити вираз $\operatorname{tg} 80^\circ \cdot \operatorname{tg} 10^\circ$?

- А Знайти добуток 80 і 10.
- Б Подати кут 80° у вигляді різниці: $80^\circ = 90^\circ - 10^\circ$.
- В Виконати перетворення за формулою $\operatorname{tg}(90^\circ - 10^\circ) = \operatorname{tg} 10^\circ$.
- Г Виконати перетворення за формулою $\operatorname{tg}(90^\circ - 10^\circ) = \operatorname{ctg} 10^\circ$.
- Д Записати відповідь: $\operatorname{tg}^2 10^\circ$.
- Е Записати відповідь: $\operatorname{tg} 800^\circ$.
- Є Записати відповідь: 1.

62. Як спростити вираз $\cos(-\alpha) \cdot \operatorname{ctg} \alpha$?

- А Виразити $\operatorname{ctg} \alpha$ через $\sin \alpha$ і $\cos \alpha$.
- Б Виконати перетворення $\cos(-\alpha) = -\cos \alpha$.
- В Виконати перетворення $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$.
- Г Записати відповідь: $-\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$.
- Д Записати відповідь: $\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$.
- Е Записати відповідь: $-\sin \alpha$.
- Є Записати відповідь: $\sin \alpha$.

Завдання з короткою відповіддю

Розв'яжіть завдання 63–92 і запишіть відповідь **ОДНИМ ЧИСЛОМ**.

63. Знайдіть $\cos\alpha$, якщо $\sin\alpha = -0,2$ і $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
64. Знайдіть $\sin\beta$, якщо $\cos\beta = -\frac{7}{25}$ і $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$.
65. Знайдіть $\sin\alpha$, якщо $\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{15}$ і $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
66. Знайдіть $\operatorname{tg}\gamma$, якщо $\sin\gamma = -\frac{2}{\sqrt{5}}$ і $\frac{3\pi}{2} < \gamma < 2\pi$.
67. Знайдіть значення виразу $\frac{3\cos\gamma + 10\sin\gamma}{\cos\gamma}$, якщо $\operatorname{tg}\gamma = 4$.
68. Знайдіть значення виразу $\frac{16\sin\varphi + 2\cos\varphi}{\cos\varphi}$, якщо $\operatorname{ctg}\varphi = -\frac{1}{2}$.
69. Знайдіть значення виразу $\cos(30^\circ - \alpha)$, якщо $\sin\alpha = 0,6$ і $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Відповідь округліть до сотих, вважаючи, що $\sqrt{3} \approx 1,73$, $\sqrt{2} \approx 1,41$.
70. Знайдіть значення виразу $\sin\left(\beta - \frac{\pi}{3}\right)$, якщо $\sin\beta = -0,6$ і $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Відповідь округліть до сотих, вважаючи, що $\sqrt{3} \approx 1,73$, $\sqrt{2} \approx 1,41$.
71. Знайдіть значення виразу $\frac{\operatorname{tg} 100^\circ + \operatorname{tg} 35^\circ}{1 - \operatorname{tg} 100^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ}$.
72. Знайдіть значення виразу $\frac{\operatorname{tg} 340^\circ - \operatorname{tg} 100^\circ}{1 + \operatorname{tg} 340^\circ \cdot \operatorname{tg} 100^\circ}$.
73. Обчисліть: $18 \cdot \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$.
74. Обчисліть: $10\sqrt{2} \cdot \sin \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{8}$.
75. Знайдіть значення виразу $\sin(5\pi - 2\varphi)$, якщо $\cos\varphi = -0,8$ і $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$.
76. Знайдіть значення виразу $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2\gamma\right)$, якщо $\sin\gamma = -0,8$ і $\pi < \gamma < \frac{3\pi}{2}$.
77. Знайдіть значення виразу $\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha$, якщо $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = 9$.

78. Знайдіть значення виразу $\sin^4 \beta + \cos^4 \beta$, якщо $\sin \beta \cdot \cos \beta = 0,4$.
79. Відомо, що $\cos \alpha + \sin \alpha = 1,4$, а $\cos \alpha - \sin \alpha = -0,2$. Знайдіть $\cos 2\alpha$.
80. Відомо, що $\cos 2\varphi = 0,7$. Знайдіть значення виразу $\sin^4 \varphi - \cos^4 \varphi$.
81. Знайдіть $\sin \alpha$, якщо $\cos 2\alpha = -0,62$ і $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
82. Знайдіть $\operatorname{tg} \beta$, якщо $\cos 2\beta = -0,8$ і $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$.
83. Відомо, що $\operatorname{tg} 2\alpha = 7$. Знайдіть $\cos 4\alpha$.
84. Відомо, що $\operatorname{ctg} 3\gamma = -\frac{1}{2}$. Знайдіть $\sin 6\gamma$.
85. Знайдіть значення виразу $\frac{\sin 2\alpha + \sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{\sin \alpha (1 + \cos \alpha - 2\sin^2 2\alpha)}$ при $\alpha = 10^\circ$.
86. Знайдіть значення виразу $\sin 7\beta - \sin \beta - 2\sin \beta \cdot (\cos 2\beta + \cos 4\beta + \cos 6\beta)$ при $\beta = 18^\circ$.
87. Спростіть вираз $\frac{(\sin(90^\circ + 3\alpha) + \cos(180^\circ + \alpha)) \cdot (\sin(180^\circ - 3\alpha) - \cos(270^\circ + \alpha))}{1 + \cos(180^\circ - 2\alpha)}$ і знайдіть його значення при $\alpha = 7,5^\circ$.
88. Спростіть вираз $\frac{\left(\cos(2\pi - \beta) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 5\beta\right)\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) - \sin(\pi + 5\beta)\right)}{1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 6\beta\right)}$ і знайдіть його значення при $\alpha = \frac{\pi}{16}$.
89. Обчисліть: $\operatorname{ctg}(4\pi + \operatorname{arctg} 6)$.
90. Обчисліть: $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg} \frac{4}{3}\right)$.
91. Використовуючи прямокутний трикутник (рис. 4), обчисліть $\sin\left(\operatorname{arctg} \frac{6}{8}\right)$.
92. Використовуючи прямокутний трикутник (рис. 4), обчисліть $\operatorname{ctg}(\arccos(0,6))$.

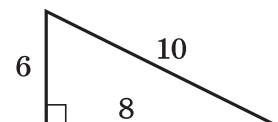


Рис. 4

Завдання з повним розв'язанням

Завдання 93–100 розв'яжіть із повним обґрунтуванням, посилаючись на відповідні означення, твердження, формули. У разі потреби проілюструйте розв'язання таблицями, діаграмами, графіками тощо.

93. Доведіть тотожність:

а) $8\sin\alpha \cdot \cos 4\alpha \cdot \cos 2\alpha \cdot \cos\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} + 8\alpha\right) = 0$;

б) $\cos 3\gamma \cdot \cos 6\gamma \cdot \cos 12\gamma \cdot \cos 24\gamma = \frac{\sin 45\gamma \cos 3\gamma + \cos 45\gamma \sin 3\gamma}{16\sin 3\gamma}$, $\gamma \neq \frac{\pi n}{3}$, $n \in \mathbf{Z}$.

94. Доведіть рівність:

а) $\cos \frac{\pi}{19} + \cos \frac{3\pi}{19} + \cos \frac{5\pi}{19} + \dots + \cos \frac{17\pi}{19} = \frac{1}{2}$;

б) $\cos \frac{6\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \sin \frac{11\pi}{14} = -\frac{1}{2}$.

95. Доведіть рівність:

а) $16\cos \frac{\pi}{9} \cdot \cos \frac{2\pi}{9} \cdot \cos \frac{4\pi}{9} = 2$;

б) $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} = -\frac{1}{8}$.

96. Знайдіть найбільше та найменше значення виразу:

а) $8\sqrt{3}\cos\alpha + 8\sin\alpha$;

б) $15\sin\beta - 8\cos\beta$.

97. Виразіть $\cos(\alpha - \beta)$ через a і b , якщо $\cos\alpha + \cos\beta = a$, а $\sin\alpha + \sin\beta = b$.

98. Виразіть $\sin(\alpha + \beta)$ через a і b , якщо $\sin\alpha + \cos\beta = a$, а $\cos\alpha + \sin\beta = b$.

99. Доведіть рівність:

а) $\operatorname{arctg} \frac{2}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{5} = \frac{\pi}{4}$;

б) $\operatorname{arctg} A + \operatorname{arctg} \frac{1}{A} = \frac{\pi}{2}$ при $A > 0$.

100. Обчисліть значення виразу:

а) $\arccos(\cos 6)$;

б) $\arccos(\sin 6)$.