

Розділ 1. ЧИСЛА І ВИРАЗИ

1.1. Цілі і дробові раціональні вирази

Найпростіші завдання з повним розв'язанням

Завдання 1–20 розв'яжіть УСНО.

1. Обчисліть: $2,37 \cdot 10$.
2. Обчисліть: $0,56 \cdot 10 : 100$.
3. Обчисліть: $2 \cdot 4,9 + 2 \cdot 0,1$.
4. Обчисліть: $6 : (2,5 - 0,5)$.
5. Обчисліть: $\frac{4 \cdot 6 \cdot 8}{2 \cdot 3 \cdot 4}$.
6. Обчисліть: $\frac{3}{5} - \frac{2}{10}$.
7. Порівняйте числа a і b , якщо $a = \frac{2}{5}$, $b = \frac{22}{55}$.
8. Порівняйте числа a і b , якщо $a = \frac{8}{56}$, $b = \frac{6}{42}$.
9. Порівняйте числа a і b , якщо $a = \frac{51}{49}$, $b = \frac{59}{63}$.
10. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{a}$, якщо $a = \frac{2}{5}$.
11. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{a}$, якщо $a = 0,25$.
12. Спростіть вираз $2x^2y \cdot (-3xy^3)$.
13. Спростіть вираз $-m^2 + 3mp + p^2 - 6mp + 2p^2 + 3m^2$.
14. Розкрийте дужки: $a^3b(a - b^2)$.
15. Розкрийте дужки: $(x + 3y)(3y - x)$.
16. Розкладіть на множники: $m^2n - 2mn^2$.
17. Розкладіть на множники: $16 - 25a^2$.
18. Скоротіть дріб $\frac{ab^2}{a^2b}$.

19. Скоротіть дріб $\frac{3x^3y}{-12x^2y^5}$.

20. Скоротіть дріб $\frac{x+xy}{x^2}$.

Завдання з вибором однієї правильної відповіді

Проаналізуйте умови та вимоги завдань 21–50 та оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

21. Серед наведених дробів укажіть найбільший.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{29}{28}$	$\frac{30}{29}$	$\frac{31}{30}$	$\frac{32}{31}$	$\frac{33}{32}$

22. Серед наведених дробів укажіть найменший.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{54}{55}$	$\frac{53}{54}$	$\frac{52}{53}$	$\frac{51}{52}$	$\frac{50}{51}$

23. Укажіть числовий вираз, значення якого є найбільшим.

А	Б	В	Г	Д
$2 - \frac{1}{3}$	$2 + \frac{1}{3}$	$2 : \frac{1}{3}$	$2 \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} : 2$

24. Укажіть числовий вираз, значення якого є найменшим.

А	Б	В	Г	Д
$5 \cdot \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} - 5$	$5 + \frac{1}{4}$	$5 - \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} : 5$

25. Обчисліть: $2^3 \cdot 5^0$.

А	Б	В	Г	Д
6	8	10	30	40

26. Обчисліть: $(4+6)^0 \cdot 2$.

А	Б	В	Г	Д
0	2	4	10	20

27. Спростіть вираз $x^{-10} \cdot x^{-2}$.

А	Б	В	Г	Д
x^{-12}	x^{20}	x^{100}	x^{-8}	x^5

28. Спростіть вираз $a^6 : a^{-2}$.

А	Б	В	Г	Д
a^{-3}	a^{-12}	a^4	a^8	a^{-36}

29. $(a^2b^3)^4 = \dots$

А	Б	В	Г	Д
a^6b^7	$(ab)^{20}$	a^8b^{12}	$(ab)^9$	$a^{16}b^{81}$

30. $(x^{-1} : y^{-2})^3 = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x^3}{y^6}$	$\left(\frac{x}{y}\right)^{-9}$	$\frac{y^6}{x^3}$	$\left(\frac{y}{x}\right)^{-6}$	$\frac{1}{x^3y^6}$

31. Укажіть правильну подвійну нерівність, якщо $a = 2^{-5}$, $b = 2 \cdot (-5)$, $c = 5^{-2}$.

А	Б	В	Г	Д
$c < a < b$	$a < c < b$	$a < b < c$	$b < c < a$	$b < a < c$

32. Укажіть правильну подвійну нерівність, якщо $x = 5^{10}$, $y = 2^{20}$, $z = 20^5$.

А	Б	В	Г	Д
$y < z < x$	$y < x < z$	$x < z < y$	$x < y < z$	$z < y < x$

33. Розкладіть на множники вираз $a^3 + a^2 + a + 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(a^2 + 1)(a + 1)$	$a^2(a + 1)$	$a(a^2 + 1)$	$a(a + 1)^2$	$(a^2 + 1)^2$

34. Розкладіть на множники вираз $c^3 + c^2 - 2c - 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(c^2 + 1)(c - 2)$	$(c^2 + 2)(c - 1)$	$(c^2 - 1)(c + 2)$	$(c^2 - 2)(c + 1)$	$c(c^2 - 2)$

35. $(a^2 - 3b)(3b + a^2) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$9b^2 - a^4$	$a^4 + 6a^2b - 9b^2$	$a^4 - 9b^2$	$a^4 - 6a^2b + 9b^2$	$9b^2 + a^4$

36. $(2 - 10x)(1 + 5x) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$2 + 20x - 50x^2$	$2 - 50x^2$	$2 - 20x + 50x^2$	$50x^2 - 2$	$50x^2 - 20x + 2$

37. Укажіть значення, якого МОЖЕ набувати вираз $n^2 + 6n + 9$ при $n \in N$.

А	Б	В	Г	Д
1	4	15	25	33

38. Укажіть значення, якого МОЖЕ набувати вираз $n^2 + 1$ при $n \in N$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	24	40	50

39. Укажіть вираз, що є квадратом двочлена.

А	Б	В	Г	Д
$4x^2 - 2x + 1$	$4x^2 - 1$	$4x^2 - 4x + 1$	$4x^2 + 1$	$4x^2 - 4x - 1$

40. Укажіть вираз, що є квадратом двочлена.

А	Б	В	Г	Д
$a^2 + 0,4ab - 0,04b^2$	$a^2 + 0,04b^2$	$a^2 - 0,2ab + 0,04b^4$	$a^2 - 0,04b^2$	$a^2 - 0,4ab + 0,04b^2$

41. Знайдіть b , якщо $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + b$.

А	Б	В	Г	Д
$b = 0$	$b = 1$	$b = 2$	$b = a$	$b = 2a$

42. Знайдіть c , якщо $\left(a - \frac{2}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{4}{a^2} + c$.

А	Б	В	Г	Д
$c = -2$	$c = -4$	$c = 0$	$c = 2$	$c = 4$

43. Знайдіть k , якщо $\frac{6}{n} = \frac{5}{k}$.

А	Б	В	Г	Д
$k = \frac{30}{n}$	$k = \frac{6}{5n}$	$k = \frac{6n}{5}$	$k = \frac{5n}{6}$	$k = \frac{n}{30}$

44. Знайдіть $\frac{1}{b}$, якщо $4 \cdot a = \frac{2}{b}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{b} = \frac{1}{2a}$	$\frac{1}{b} = 8a$	$\frac{1}{b} = \frac{2}{a}$	$\frac{1}{b} = \frac{1}{8a}$	$\frac{1}{b} = 2a$

45. Обчисліть: $\frac{31+31+31+31+31}{31+31}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{5}$	31	93	5	$\frac{5}{2}$

46. Обчисліть: $\frac{23+2 \cdot 23+3 \cdot 23}{23+23}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{2}$	23	3	$\frac{2}{3}$	2

47. Скоротіть дріб $\frac{9x^2+6x+1}{3x+1}$.

А	Б	В	Г	Д
$9x^2+3x$	2	$3x+1$	3	$\frac{1}{3x+1}$

48. Скоротіть дріб $\frac{2x-4}{x^2-4x+4}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{x-2}$	$\frac{x-2}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{x-2}$

49. Спростіть вираз $\frac{x^3y^2 - x^2y^3}{x^2 - y^2}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x^2y^2}{x+y}$	$xy^2 - x^2y$	$\frac{x^3y^3}{x+y}$	$x - y$	$\frac{x^2y^2}{x-y}$

50. Спростіть вираз $\frac{x^3 + y^3}{xy^2 + x^2y}$.

А	Б	В	Г	Д
$x^2 + y^2 - 1$	$\frac{x^2 + xy + y^2}{xy}$	$\frac{x - y}{xy}$	$\frac{x^2 - xy + y^2}{xy}$	$x^2 + y^2 + 1$

У завданнях 51–54 сформульовано проблему (питання), яку потрібно розв'язати (отримати однозначну відповідь на питання), використовуючи для цього додаткові дані — твердження (1) і (2). Визначте, чи достатньо цих даних для розв'язання проблеми, і оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь*.

51. Знайдіть значення виразу $x^2 - 2x + 1$.

(1) $(x+1)^4 = 16$.

(2) $3(x-1) = 6$.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

52. Знайдіть значення виразу $a - 3b$.

(1) $5a - 15b + 5 = 0$.

(2) $6b - 2a = 2$.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

* Саму проблему розв'язувати не обов'язково.

53. Чи є число $a > 0$ раціональним?

(1) Число \sqrt{a} раціональне.

(2) Число a^2 раціональне.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

54. Чи є число b натуральним?

(1) Число $b+2$ натуральне.

(2) Число b^2 натуральне.

А	Б	В	Г	Д
Даних (1) достатньо, а даних (2) — ні	Даних (2) достатньо, а даних (1) — ні	І даних (1), і даних (2), взятих окремо, достатньо	Даних (1) і (2) тільки разом достатньо	Ні даних (1), ні даних (2) навіть разом недостатньо

У завданнях 55–56 порівняйте величини X і Y та оберіть одну правильну, на вашу думку, відповідь.

55. Задано вираз $(b-1)(b+2)(b-3)(b+4)(b-5)$.

Величина X : значення виразу при $b=0$.

Величина Y : значення виразу при $b=-2$.

А	Б	В	Г
Величина X більша за величину Y	Величина Y більша за величину X	Величини X і Y рівні між собою	Для порівняння величин X і Y недостатньо даних

56. Відомо, що $\frac{a+b-c}{c} = 1$.

Величина X : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$.

Величина Y : 2.

А	Б	В	Г
Величина X більша за величину Y	Величина Y більша за величину X	Величини X і Y рівні між собою	Для порівняння величин X і Y недостатньо даних

Завдання на встановлення відповідності

У завданнях 57–60 до кожного рядка, позначеного цифрою, доберіть один відповідник, позначений літерою.

57. Установіть відповідність між значеннями числових виразів (1–4) і проміжками (А–Д), яким вони належать.

1	$\frac{2}{3-4}$	А	$(-5; -3)$
2	$(5-3)(3-2)$	Б	$(-3; -1)$
3	$\frac{2-2}{3+3}$	В	$(-1; 1)$
4	$(1+3)(1-2)$	Г	$(1; 3)$
		Д	$(3; 5)$

58. Установіть відповідність між проміжками (1–4), яким належать значення числових виразів (А–Д), і цими числовими виразами.

1	$(-\infty; -1)$	А	$(10-1)(10+1)$
2	$(-1; 0)$	Б	$\frac{10-1}{10+1}$
3	$(0; 1)$	В	$\frac{1-10}{1+10}$
4	$(1; +\infty)$	Г	$\frac{1-10}{10-1}$
		Д	$(1-10)(1+10)$

59. Установіть відповідність між виразами (1–4) і тотожно рівними їм виразами (А–Д).

1	$(a+2)^2$	А	a^2+4
2	$(a+2)(a-2)$	Б	a^2-4a+4
3	$(a-2)^2$	В	a^2-4
4	$(a+2)(2-a)$	Г	a^2+4a+4
		Д	$4-a^2$

60. Установіть відповідність між виразами (1–4) і тотожно рівними їм виразами (А–Д).

1	$a^2 + ab$	А	$b(b - a)$
2	$b^2 + ab$	Б	$a(a + b)$
3	$a^2 - ab$	В	$a(a - b)$
4	$ab - b^2$	Г	$b(a - b)$
		Д	$b(a + b)$

Завдання на встановлення послідовності

У завданнях 61–62 виберіть тільки необхідні для розв'язання поставленої задачі дії і розмістіть їх у правильній послідовності. У відповідь запишіть отриману послідовність літер.

61. Як обчислити значення виразу $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$?
- А Чисельник і знаменник першого дробу помножити на 2.
 - Б До 3 додати 1.
 - В До 3 додати 2.
 - Г До 4 додати 2.
 - Д Результат поділити на 6.
 - Е Результат поділити на 4.
 - Є Результат поділити на 2.
62. Як знайти показник n у рівності $(a^6 : a^3)^2 = a^n$?
- А До 6 додати 3.
 - Б Від 6 відняти 3.
 - В 6 поділити на 3.
 - Г До результату додати 2.
 - Д Результат помножити на 2.
 - Е Результат піднести до другого степеня.

Завдання з короткою відповіддю

Розв'яжіть завдання 63–92 і запишіть відповідь ОДНИМ ЧИСЛОМ.

63. Обчисліть: $7,3 \cdot 10,5 + 7,3 \cdot 15 + 2,7 \cdot 10,5 + 15 \cdot 2,7$.
64. Обчисліть: $5\frac{1}{3} \cdot 8\frac{7}{9} - 2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{2}{7} + 5\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{9} - 2\frac{1}{3} \cdot 6\frac{5}{7}$.
65. Обчисліть: $(18 + 11) \cdot (18 - 11) + 121$.
66. Обчисліть: $111 \cdot 129 + 9^2$.

67. Обчисліть: $\frac{\left(5\frac{4}{45} - 4\frac{1}{6}\right) : 5\frac{8}{15}}{\left(4\frac{2}{3} + 0,75\right) \cdot 3\frac{9}{13}} \cdot 34\frac{2}{7} + \frac{0,3 : 0,01}{70} + 2\frac{2}{7}$.
68. Обчисліть: $\frac{\left(\frac{3}{5} + 0,425 - 0,005\right) : 0,1}{30,5 + \frac{1}{6} + 3\frac{1}{3}} + \frac{6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}}{26 : 3\frac{5}{7}} - 5,05$.
69. Знайдіть значення виразу $a + b + c$, якщо $a + b = 16$, $a + c = 20$, $b + c = 24$.
70. Знайдіть значення виразу $a + b + x + y$, якщо $a + b + z = 53$, $z - x - y = 81$.
71. Знайдіть значення виразу $x^2 + 2x + 1$ при $x = \sqrt{20} - 1$.
72. Знайдіть значення виразу $y^2 - 6y + 9$ при $y = 3 + 2\sqrt{3}$.
73. Знайдіть значення виразу $x^2 + x + 6xy + 3y + 9y^2$, якщо $x + 3y = -7$.
74. Знайдіть значення виразу $4a^2 - 6a + b^2 - 4ab + 3b$, якщо $2a - b = 9$.
75. Знайдіть значення виразу $a^2 + b^2$, якщо $a + b = 8$, $a \cdot b = 13$.
76. Знайдіть значення виразу $(m + k)^4$, якщо $m^2 + k^2 = 29$, $m \cdot k = -10$.
77. Обчисліть: $\left(1 + \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{11}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{12}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{25}\right)$.
78. Обчисліть: $\left(1 - \frac{1}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{99}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{98}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{50}\right)$.
79. Обчисліть значення виразу $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8}$.
80. Обчисліть значення виразу $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56}$.
81. Подайте нескінченний періодичний дріб $0,(36)$ у вигляді НЕСКОРОТНОГО звичайного дроби $\frac{m}{k}$. У відповідь запишіть значення $m + k$.
82. Подайте нескінченний періодичний дріб $5,(5)$ у вигляді НЕСКОРОТНОГО звичайного дроби $\frac{m}{k}$. У відповідь запишіть значення $m - k$.
83. Подайте значення виразу $2 \cdot 0,(6) - 0,1(6)$ у вигляді нескоротного звичайного дроби.

84. Подайте значення виразу $\frac{0,(5)}{1+0,8(3)}$ у вигляді нескоротного звичайного дробу.
85. Знайдіть найменше значення виразу $\frac{a}{b}$, якщо $a \in \{5; 13; 27\}$, $b \in \{-2; 1; 4\}$.
86. Знайдіть найбільше значення виразу $a \cdot b - c$, якщо $a \in \{1; 2; 3\}$, $b \in \{4; 5; 6\}$, $c \in \{-1; 0; 1\}$.
87. Знайдіть значення виразу $\frac{u-8t}{t}$, якщо $\frac{u}{t} = 20$.
88. Знайдіть значення виразу $\frac{11c+d}{d}$, якщо $\frac{d}{c} = 2$.
89. Знайдіть найменше значення виразу $\frac{a}{b}$, якщо $\frac{a^2+4ab}{b^2} = 21$.
90. Знайдіть найбільше значення виразу $\frac{x}{y}$, якщо $x^2 - 7xy = 18y^2$.
91. Знайдіть значення виразу $\frac{a^2+8b^2}{2ab}$, якщо $\frac{a^2-6b^2}{ab} = -1$, причому $a < 0$, $b < 0$.
92. Відомо, що $\frac{x^2-4y^2}{xy} = 3$, причому $x > 0$, $y < 0$. Знайдіть значення виразу $\frac{2x^2+y^2}{3xy}$.

Завдання з повним розв'язанням

Завдання 93–100 розв'яжіть із повним обґрунтуванням, посилаючись на відповідні означення, твердження, формули. У разі потреби проілюструйте розв'язання таблицями, діаграмами, графіками тощо.

93. Запишіть будь-які три раціональних числа, більші за $\frac{1}{6}$ і менші за $\frac{1}{5}$.
94. Знайдіть усі нескоротні дроби, більші за $\frac{1}{6}$ і менші за $\frac{1}{5}$, чисельник яких дорівнює 6.
95. Доведіть або спростуйте твердження:
- якщо значення виразу $a+b+c$ є раціональним числом, то числа a , b і c раціональні;
 - якщо значення виразу $a+b+c$ є раціональним числом і a , b — раціональні числа, то число c також раціональне;
 - якщо значення виразу $a+b+c$ — раціональне число і a — раціональне число, то хоча б одне з чисел b або c є раціональним.

96. Доведіть або спростуйте твердження:

- а) якщо значення виразу $a \cdot b \cdot c$ є раціональним числом, то всі числа a , b і c раціональні;
- б) якщо і сума, і добуток деяких чисел a і b — раціональні числа, то числа a і b є раціональними;
- в) якщо значення виразу $a \cdot b \cdot c$ — раціональне число і a — раціональне число, то добуток чисел b і c є раціональним числом.

97. Знайдіть усі значення параметра a , при яких значення виразу $8 - 1,4 \cdot a$ є цілим числом.

98. Знайдіть усі значення параметра a , при яких значення виразу $5,(\overline{6}) + \frac{1}{3} + a$ є:
а) натуральним числом;
б) раціональним числом.

99. Задано вираз $\frac{4x^4 - 1}{x^6 - x^4 - x^2 + 1} : \left(\frac{x^2}{x^4 - 2x^2 + 1} - \frac{1}{1 - x^2} \cdot \frac{x^2}{x^2 + 1} - \frac{2}{x^2 + 1} \right)$. Знайдіть множину D допустимих значень змінної x . Доведіть, що для всіх $x \in D$ значення виразу є додатним числом.

100. Задано вираз $\left(\frac{3x}{9x^2 - 25} - \frac{3x}{9x^2 - 30x + 25} \right) \cdot \frac{(5 - 3x)^2}{6x} + \frac{5}{5 + 3x}$. Знайдіть множину D допустимих значень змінної x . Доведіть, що для всіх $x \in D$ значення виразу дорівнює нулю.