**Завдання з геометрії для тих, хто переведений до 8 класу До всіх задач має бути коротка умова (що дано, що знайти), рисунок , розв’язання з повним обґрунтуванням і відповідь.**

## Найпростіші геометричні фігури та їх властивості

2-3 рівні

1. Точка *D* — середина відрізка *MK*, *MK* =16 см. На прямій *MK* знайдіть усі точки *Y* такі, що

*MY* + *KY* + *DY* = 30 см.

1. Градусні міри суміжних кутів *ABC* і *CBD* відносяться як 5 : 4. Знайдіть кут між бісектрисами кутів *ABC* і *ABD*. Скільки розв’язків має задача?

## Трикутники

### 2 рівень

1. Накресліть трикутник:1) гострокутний; 2) прямокутний; 3) тупокутний. Проведіть із кожної вершини трикутника висоту.
2. На продовженні основи *BC* рівнобедреного трикутника *ABC* за точку *B* позначено точку *M*

таку, що ∠*MBA* = 128°. Знайдіть кут між бічною стороною *AC* та бісектрисою кута *ACB*.

1. На медіані *ВМ* трикутника *АВС* позначили точку *О* так, що ∠ *ОАС* =∠*ОСA* . Доведіть, що трикутник *АВС –* рівнобедрений.
2. Серединний перпендикуляр сторони *ВС* трикутника *АВС* перетинає його сторону *АВ* у точці *D.* Знайдіть довжину відрізка *AD, якщо CD*=4см, *АВ=*7см.

### 3-4 рівні

1. Точка *O* — точка перетину серединних перпендикулярів сторін *AC* і *BC* трикутника *ABC*

— належить його стороні *AB*. Доведіть, що: 1) точка *O* — середина відрізка *AB*; 2) ∠ *ACB* =∠ *A* +∠*B*.

1. У трикутнику *ABC* відомо, що *AB* = *BC, BD* — медіана. Периметр трикутника *ABC*

дорівнює 50 см, а трикутника *ABD* — 40 см. Знайдіть довжину медіани *BD*.

1. Доведіть, що якщо в трикутнику *ABC* сторона *AB* вдвічі більша за сторону *АС ,* то медіана, яка виходить з вершини *С*, перпендикулярна до бісектриси кута *А.*

## Паралельні прямі. Сума кутів трикутника

### 2 рівень

* 1. Медіана *CM* трикутника *ABC* дорівнює половині сторони *AB*. Доведіть, що трикутник

*ABC* прямокутний*.*

* 1. У трикутнику *ABC* бісектриси кутів *А і С* перетинаються в точці *О*. Доведіть, що

∠ *AОC =* 90°+  ∠ *AВC.*

* 1. Доведіть, що бісектриса зовнішнього кута при вершині рівнобедреного трикутника паралельна його основі.
  2. Висоти *АM* і *CK* трикутника *ABC* перетинаються в точці *H*. Доведіть, що

∠*AНC* = 180°- ∠*ABС* .

* 1. Кут між висотою та бісектрисою прямокутного трикутника, проведеними з вершини його прямого кута, дорівнює 12°. Знайдіть гострі кути даного трикутника.
  2. Пряма, паралельна стороні *AC* трикутника *ABC*, перетинає його сторони *AB* і *BC* у точках *M* і *K* відповідно так, що *AМ* = *МK*. Відомо, що∠ *B* = 65°,∠ *C* = 45°. Знай-

діть кут *KAC*.

### 3-4 рівні

* 1. У трикутнику *ABC* *C*  90, *B*  30 , відрізок *AD* – бісектриса трикутника, *CD*  7 см. Знайдіть довжину катета *BC* і бісектрису *AD*.
  2. Доведіть (двома способами!), що катет,який лежить проти кута, величина якого дорівнює

30°, дорівнює половині гіпотенузи.( *Вказівка.***1 спосіб**. Подвоїти катет *і одержати*

рівносторонній трикутник. **2 спосіб**. Провести медіану з вершини прямого кута.)

* 1. Кут між висотою і медіаною, проведеними з **вершини** прямого кута прямокутного трикутника, в 4 рази менший від одного з гострих кутів. Знайти кути трикутника.
  2. Кут між двома висотами гострокутного трикутника *ABC* дорівнює 60°. Точка перетину висот поділяє одну з них у відношенні 2:1, рахуючи від вершини трикутника. Доведіть, що трикутник *ABC* – рівносторонній.
  3. Висота прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, у 4 рази менша від гіпотенузи. Знайдіть кути трикутника.

## Коло і круг

### 2 рівень

1. Доведіть, що коли через дану точку до кола проведено дві дотичні, то відрізки дотичних, які сполучають дану точку з точками дотику, рівні.
2. У колі проведено хорди *AB* і *BC*, кожна з яких дорівнює радіусу кола. Знайдіть кут *ABC*.
3. Два кола дотикаються внутрішнім чином. Радіус одного з них в 5 разів більший від радіуса іншого, а відстань між їх центрами дорівнює 20 см. Знайти радіуси кіл.

### 3-4 рівні

1. Через точку *M* проведено дотичні *MK* і *ME* до кола із центром в точці *O*, де *K* і *E* — точки дотику, ∠*OMK* = 30°, *MK* = 6 см. Знайдіть довжину хорди *KE* і довжину відрізка *ОМ*.
2. Доведіть, що радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник, визначають за формулою:

*r = * , де *r* — радіус вписаного кола, *a* і *b* — катети, *c* — гіпотенуза.

1. У рівнобедреному трикутнику *ABC* відомо, що *AB* = *BC*, точка *O* — центр вписаного кола, точки *D* і *E* — точки дотику вписаного кола до сторін *AC* і *AB* відповідно,∠*ABC* = 48°. Знайдіть кут *DOE*.
2. Сума радіусів вписаного і описаного кіл прямокутного трикутника дорівнює одному з катетів. Знайдіть гострі кути трикутника.
3. Хорда перетинає діаметр кола під кутом 30° і ділить його на відрізки завдовжки 4 см і 10 см. Знайдіть відстань від центра кола до цієї хорди.
4. Доведіть, що коли центр кола, описаного навколо трикутника, належить його стороні, то цей трикутник — прямокутний.
5. Коло дотикається до сторони *AB* трикутника *ABC* у точці *M* і дотикається до продовження двох інших сторін. Доведіть, що сума довжин відрізків *BC* і *BM* дорівнює половині периметра трикутника *ABC*.
6. У трикутник *ABC* вписано коло, яке дотикається до сторони *AB* у точці *M*, *BC* = *a*. Доведіть, що *AМ* = *p* – *а*, де *p* — півпериметр трикутника *ABC*.