МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
Відділ освіти, молоді та спорту
Ушомирської сільської ради
Білошицівська гімназія

Практичний посібник

Картки-підказки з геометрії для 7 класу

с. Білошиці
2021

Схвалено на засіданні методичної ради відділу освіти, молоді і спорту Ушомирської сільської ради

(протокол № _____ від ____________ року)

Укладач: Омельчук Л.В, вчитель математики першої кваліфікаційної категорії Білошицівської гімназії Ушомирської сільської ради

Рецензенти: Самченко Л.В., спеціаліст відділу освіти, молоді та спорту Ушомирської сільської ради, керівник методичної служби.

Картки-підказки з геометрії для 7 класу.

Практичний посібник створений відповідно до Державного стандарту базової і повної середньої загальної освіти.

Матеріали якого відповідають чинній програмі з геометрії для 7 класу та містять теоретичний матеріал, зразки розв’язання задач і завдання для самостійного розв’язання.

Рекомендовано використовувати вчителям математики під час проведення уроків з геометрії у 7 класі, під час дистанційного навчання, для закріплення, повторення навчального матеріалу та підготовки учнів до ДПА.

ВСТУП

Картки-підказки охоплюють всі теми з геометрії 7 класу. Кожна картка містить теоретичну частину, зразки розв'язання задач, за допомогою яких учні можуть виконувати завдання, запропоновані для самостійного опрацювання. Призначені для організації самостійної роботи учнів, які мають початковий, середній рівень навчальних досягнень або були відсутні на уроці під час вивчення теми. Зручні у використанні під час дистанційного навчання, підготовки до ДПА, при повторенні матеріалу за навчальний рік.

Картки-підказки можна використовувати на різних етапах навчання із застосуванням індивідуального підходу до учнів. Основна мета даного посібника – надати допомогу учню під час підготовки до уроків, державної підсумкової атестації, самостійного опрацювання навчального матеріалу, підвищити пізнавальну активність учнів, інтерес до предмета, розвивати логічне мислення, культуру математичних записів.

Картка-підказка №1

ЕЛЕМЕНТАРНІ ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Згадай геометричні твердження

Основними геометричними фігурами на площині є *точка* і *пряма*.

Яка б не була пряма, існують точки, які їй належать, і точки, які їй не належать.

Через будь-які дві точки можна провести пряму і до того ж тільки одну.

З трьох точок на прямій одна і тільки одна лежить між двома іншими.

Відрізком називають частину прямої, яка складається з усіх точок цієї прямої, що лежать між двома її точками, разом із цими точками. Ці точки – ***кінці відрізка.***

Кожний відрізок має певну довжину, більшу за нуль.

Основна властивість вимірювання відрізків

Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь-якою його внутрішньою точкою.

***Кут* – це геометрична фігура, яка складається з двох променів, що виходять з однієї точки.**

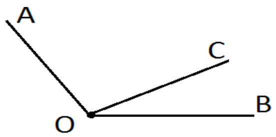
Промені називають *сторонами кута,* а їх спільний початок – *вершиною кута.*

Кожний кут має певну градусну міру, більшу за нуль.

Розгорнутий кут дорівнює 180°.

Основна властивість вимірювання кутів.

Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами.

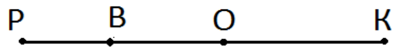


∠AOB=∠AOC+∠COB

∠COB =∠AOB-∠AOC

Прочитай уважно задачу

1.Точки B і O належать відрізку PK. Знайдіть довжину відрізка BO, якщо PK = 42см, PO= 24см, BK= 30см.



Дано: PK = 42см, PO= 24см, BK= 30см

Знайти: BO.

Розв'язання:

OK=PK –PO = 42 -24=18(см); PB=PK-BK=42-28=14(см)

BO=42-(14+18)=42-32=10(см)

Відповідь: 10 см.

2.Точка M належить відрізку LN= 9,3см. Визначте довжини відрізків LM і MN, якщо LM у два рази менший за MN.

Дано: LN= 9,3см

LM у два рази менший за MN

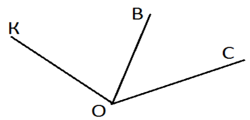
Знайти: LM, MN

Розв'язання:

Нехай LM = x см, тоді MN= $2x$ см, LN= LM + MN; $x+2x=9,3$; $3x=9,3$; $x=9,3 : 3$; $x=3,1$. Отже, LM =3,1 см, MN= 2·3,1=6,2(см).

Відповідь: 3,1 см; 6,2 см.

3. Промінь OB проходить між сторонами кута KOC, який дорівнює 126°. Знайдіть кути KOB і BOC, якщо ∠ KOB на 14° більший за ∠BOC.



Дано: ∠KOC=126°

∠ KOB на 14° більший за ∠BOC

Знайти: ∠ KOB, ∠BOC

Розв'язання:

Нехай ∠BOC= x°, тоді ∠ KOB=x+14 . ∠KOC=∠BOC+∠KOB

$x+x+14=126$; $2x=126-14$; $2x=112$; $x=112 : 2=56°$.

Отже, ∠BOC= 56°, тоді ∠ KOB=56°+14°=70°

Відповідь: 56°, 70°.

Розв'яжи самостійно

1.Точка K належить відрізку BM довжина якого дорівнює 18 см. Знайди довжину відрізка BK, якщо KM =11см.

2. Точки M і K належать відрізку AB. Знайдіть довжину відрізка MK, якщо AB = 46см, AK= 27см, MB = 32см.

3.Точка O належить відрізку AC = 25см. Визначте довжини відрізків AO і OC, якщо AO:OC =2:3.

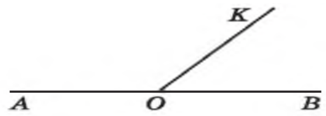
4. Промінь OC проходить між сторонами кута AOB, який дорівнює 132°. Знайдіть кути AOC і BOC, якщо ∠ AOC у 3 рази більший за ∠BOC.

Картка-підказка №2

СУМІЖНІ КУТИ. ВЛАСТИВОСТІ СУМІЖНИХ КУТІВ

Згадай геометричні твердження

Два кути називають *суміжними*, якщо одна сторона в них є спільною, а дві інші сторони цих кутів є доповняльними променями.

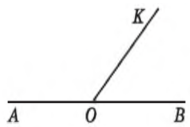


ТЕОРЕМА Сума суміжних кутів дорівнює 180°.

∠AOK +∠KOB=180°

Прочитай уважно задачу

1.Знайди кут, суміжний з кутом 123º.



Дано: ∠AOK=123º

Знайти: ∠KOB

Розв'язання:

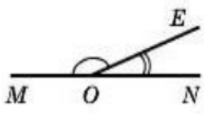
∠AOK +∠KOB=180º

∠KOB= 180º- ∠AOK;

∠KOB= 180º - 123º=57º

Відповідь: 57º.

2.Знайдіть суміжні кути, якщо один з них на 70º більший за другий



Дано: ∠MOE на 70º більший за ∠EON

Знайти: ∠MOE і ∠EON

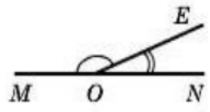
Розв'язання:

Нехай ∠EON= xº, тоді ∠MOE= x+70.
∠MOE +∠EON=180º (властивість суміжних кутів). Маємо рівняння: x+ x+70=180º;
2x=180º -70º; 2x=110º; x=110º : 2=55º. Отже, ∠EON =55º, тоді ∠MOE =55º+70º=125º

Відповідь: 55º; 125º.

Прочитай уважно задачу

3.Знайдіть суміжні кути, якщо один з них у 4 рази більший за другий.



Дано: ∠MOE у 4 рази більший за ∠EON

Знайти: ∠MOE і ∠EON

Розв'язання:

Нехай ∠EON= xº, тоді ∠MOE= 4xº

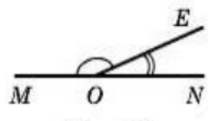
∠MOE +∠EON=180º (властивість суміжних кутів)

x+ 4x=180º; 5x=180º ; x=180º:5; x=36º.

Отже, ∠EON =36º , тоді ∠MOE =4·36º=144º

Відповідь: 36º; 144º.

4.Зайдіть суміжні кути, якщо їхні градусні міри відносяться як 19:26.



Дано: ∠MOE:∠EON=19:26

Знайти: ∠MOE і ∠EON

Розв'язання:

Введемо коефіцієнт пропорційності x.

Тоді ∠MOE= 19x, а ∠EON=26x.

∠MOE +∠EON=180º (властивість суміжних кутів)

19x+26x=180º; 45x=180º; x=180º : 45; x=4.

Отже, ∠MOE=19 ·4=76º , тоді ∠EON= 26 · 4=104º.

Відповідь: 76º; 104º.

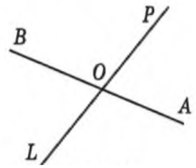
Розв'яжи самостійно

1. Знайди кут, суміжний з кутом 83º.

2. Знайдіть суміжні кути, якщо один з них на 38º більший за другий.

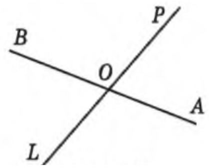
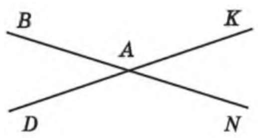
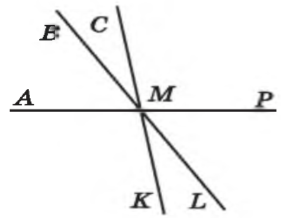
3.Знайдіть суміжні кути, якщо один з них у 11 разів більший за другий.

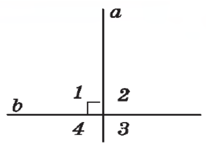
4.Зайдіть суміжні кути, якщо їхні градусні міри відносяться як 12:18.

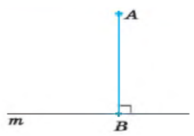
<table>
<tr><td>Картка-підказка №3</td><td colspan="2">ВЕРТИКАЛЬНІ КУТИ. КУТ МІЖ ДВОМА ПРЯМИМИ, ЩО ПЕРЕТИНАЮТЬСЯ</td></tr>
<tr><td>Згадай геометричні твердження</td><td>Прочитай уважно задачу</td><td>Розв’яжи самостійно</td></tr>
<tr><td rowspan="3">
Два кути називають вертикальними, якщо сторони одного з них є доповняльними променями сторін другого.

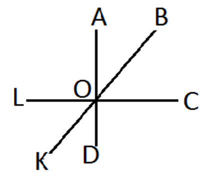
ТЕОРЕМА (властивість вертикальних кутів).
Вертикальні кути рівні.

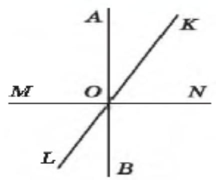
$\angle LOA=\angle BOP$; $\angle POA=\angle LOB$,

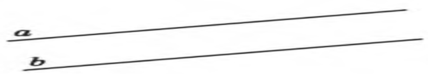
При перетині двох прямих утворюється чотири кути.
Якщо $\angle LOA=110^\circ$, тоді $\angle POA=70^\circ$, $\angle BOP=110^\circ$, $\angle LOB=70^\circ$.
Кутом між прямими, що перетинаються, називають менший з кутів, що утворилися при перетині цих прямих.</td>
<td>1.Один з кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює 48º. Знайдіть інші кути.

Дано: $\angle POA=48^\circ$
Знайти: $\angle LOA$, $\angle LOB$, $\angle BOP$
Розв’язання:
$\angle POA+\angle AOL=180^\circ$ (властивість суміжних кутів),
тоді $48^\circ+\angle AOL=180^\circ$; $\angle AOL=180^\circ-48^\circ=132^\circ$;
$\angle LOA=\angle BOP=132^\circ$ (вертикальні кути рівні).
$\angle LOB=\angle POA=48^\circ$.
Відповідь: 48º, 132º, 132º.</td>
<td>1.Один з кутів, що утворилися при перетині двох прямих, дорівнює 118º. Знайдіть інші кути.</td></tr>
<tr><td>2.Знайдіть градусну міру кожного з кутів, які утворилися при перетині двох прямих, якщо сума двох з них дорівнює 164º.

Дано: $\angle KAN+\angle BAD=164^\circ$
Знайти: $\angle KAN$, $\angle BAD$, $\angle DAN$, $\angle BAK$
Розв’язання:
$\angle KAN=\angle BAD=164^\circ:2=82^\circ$;
$\angle DAN=\angle BAK=180^\circ-82^\circ=98^\circ$
Відповідь. 82º, 98º, 82º, 98º.</td>
<td>2. Знайдіть градусну міру кожного з кутів, які утворилися при перетині двох прямих, якщо різниця двох з утворених кутів дорівнює 24º.</td></tr>
<tr><td>3.Прямі AP, BL і CK перетинаються в точці M, $\angle BMC=20^\circ$, $\angle LMP=60^\circ$. Знайдіть $\angle AMK$.

Дано: $\angle BMC=20^\circ$, $\angle LMP=60^\circ$. Знайдіть: $\angle AMK$.
Розв’язання:
$\angle BMC=\angle KML$ (вертикальні кути).
$\angle AMP=180^\circ$, $\angle KMP=\angle KML+\angle MLP$
$\angle KMP=20^\circ+60^\circ=80^\circ$.
$\angle AMK=180-80^\circ=100^\circ$
Відповідь.100º.</td>
<td>3. Прямі AB, CD і LN перетинаються в точці O, $\angle DON=30^\circ$ $\angle AOL=70^\circ$. Знайдіть $\angle AOC$.</td></tr>
</table>

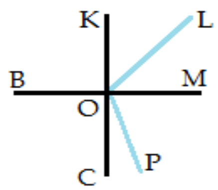
<table>
<tr><td>Картка-підказка №4</td><td colspan="2">ПЕРПЕНДИКУЛЯРНІ ПРЯМІ. ПЕРПЕНДИКУЛЯР. ВІДСТАНЬ ВІД ТОЧКИ ДО ПРЯМОЇ</td></tr>
<tr><td>Згадай геометричні твердження</td><td>Прочитай уважно задачу</td><td>Розв'яжи самостійно</td></tr>
<tr><td>Дві прямі називають перпендикулярними, якщо вони перетинаються під прямим кутом.
На малюнку прямі a і b перпендикулярні.
Запис $a \perp b$ читають так: пряма a перпендикулярна до прямої b
Через будь-яку точку площини


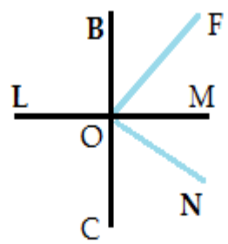
проходить лише одна пряма, перпендикулярна до даної прямої.
На малюнку з точки


A проведено перпендикуляр AB до прямої m. Тока B — основа перпендикуляра, а довжина відрізка AB — відстань від точки A до прямої m.</td>
<td>1.Прямі AD, LC і KB перетинаються в точці О. Чи є перпендикулярними прямі AD і LC, якщо ∠AOB=26º, ∠BOC=65º.


<u>Дано</u>: ∠AOB= 26º, ∠BOC=65º.
<u>Знайдіть</u>: Чи AD ⊥ LC
<u>Розв'язання</u>:
Якщо ∠AOC =90º, тоді AD ⊥ LC. Перевіримо чи ∠AOC=∠AOB+∠BOC
∠AOC= 26º +65º=91º. Отже, прямі AD і LC не перпендикулярні.</td>
<td>1.Прямі AD, LC і KB перетинаються в точці О. Чи є перпендикулярними прямі AD і LC, якщо ∠LOK=34º, ∠KOD=56º.</td></tr>
<tr><td></td>
<td>2.Прямі AB, MN і KL перетинаються в точці О, причому AB ⊥ MN. Знайти ∠LOB, якщо ∠MOK = 140°.


<u>Дано</u>: ∠MOK= 140º, AB⊥MN <u>Знайдіть</u>: ∠LOB.
<u>Розв'язання</u>:
1) Оскільки AB⊥MN то ∠MOA = 90°.
2) ∠ AOK = ∠MOK - ∠MOA; ∠ AOK = 140º – 90º = 50°.
3) ∠AOK = ∠BOL (як вертикальні), тому ∠LOB = 50°.
<u>Відповідь</u>: 50°.</td>
<td>2.Прямі KL, MN і PF перетинаються в точці О, причому KL⊥MN. Знайти ∠KOF, якщо ∠PON = 57°.</td></tr>
<tr><td>Дві прямі на площині називають паралельними, якщо вони не перетинаються.
Паралельність прямих записують за допомогою знака ||.
Запис a || b читають так: « пряма a паралельна прямій b»


Через точку, що не лежить на даній прямій, проходить тільки одна пряма, паралельна даній.</td>
<td>3. На малюнку КС⊥ ВМ, ∠LOP=115°. Знайдіть ∠BOL, якщо ∠COP=25°.


<u>Дано</u>: КС⊥ ВМ, ∠LOP=115°, ∠COP=25°.
<u>Знайдіть</u>: ∠BOL
<u>Розв'язання</u>:
1) Оскільки КС⊥ ВМ , то ∠BOK =90°.
∠KOC=180°, ∠KOL = 180°- (115°+25°)=40°
∠BOL=∠BOK+∠KOL; ∠BOL= 90°+40°=130°.
<u>Відповідь:</u> 130°</td>
<td>3.На малюнку ВС⊥ LM, ∠LON=145°. Знайдіть ∠FON, якщо ∠BOF=35°.

</td></tr>
</table>

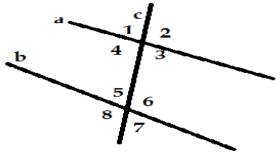
Картка-підказка №5

КУТИ, УТВОРЕНІ ПРИ ПЕРЕТИНІ ДВОХ ПРЯМИХ СІЧНОЮ.

ОЗНАКИ ПАРАЛЕЛЬНОСТІ ПРЯМИХ. ВЛАСТИВОСТІ ПАРАЛЕЛЬНИХ ПРЯМИХ

Згадай геометричні твердження

Кути, утворені при перетині двох прямих січною.



∠5 і ∠3, ∠4 і ∠6 – внутрішні різносторонні

∠5 і ∠4, ∠6 і ∠3 – внутрішні односторонні

6 і ∠2, ∠5 і ∠1 - відповідні

Ознаки паралельності прямих

1.Якщо ∠5 =∠3,то прямі a і b паралельні

2. Якщо ∠6+∠3=180°, то прямі a і b паралельні

3. Якщо ∠6=∠2,то прямі паралельні

Властивості паралельних прямих

Дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні одна одній.

Властивість відповідних кутів, що утворилися при перетині паралельних прямих січною

Відповідні кути, що утворилися при перетині паралельних прямих січною, рівні.

Властивість внутрішніх різносторонніх кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною

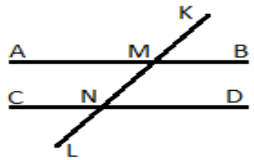
Внутрішні різносторонні кути, утворені при перетині паралельних прямих січною, рівні.

Властивість внутрішніх односторонніх кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною

Сума внутрішніх односторонніх кутів, утворених при перетині паралельних прямих січною, дорівнює 180°.

Прочитай уважно задачу

1.На малюнку ∠KMB = 50º, ∠CNM=130º. Знайдіть всі кути, що утворилися при перетині двох прямих AB і CD січною LK. Чи паралельні прямі AB і CD?



Дано: ∠ **KMB = 50º, ∠CNM=130º**

Знайдіть: ∠AMK, ∠BMN, ∠MND, ∠DNL, ∠LNC, ∠AMN

Розв'язання:

Оскільки ∠KMB+∠AMK=180º (вл. суміжних кутів), тоді

∠AMK= 180º-50º= 130º; ∠BMN=∠AMK=130º;

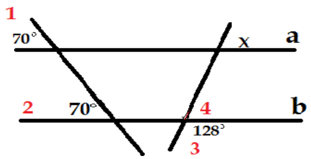
∠AMN =∠KMB=50º (як вертикальні); ∠MND=180º-130º= 50º,

∠MND=∠LNC=50º (як вертикальні);

∠DNL=∠CNM=130º (як вертикальні).

Прямі паралельні.

2.Знайдіть градусну міру кута *x* на малюнку.



Дано: ∠1=∠2=70º, ∠3=128º

Знайти: ∠*x*.

Розв'язання: ∠1=∠2=70º - відповідні кути, тоді за ознакою паралельності прямих a || *b*.

∠3+∠4= 180º (вл. суміжних кутів),

∠4 = 180º-128º= 52º. Якщо a || *b* , то ∠4=∠*x*= 52º.

Відповідь: *x*=52°.

3. Знайдіть градусну міру кожного з двох внутрішніх односторонніх кутів, що утворилися при перетині двох паралельних прямих січною, якщо один з них на 22° більший за другий.

Розв'язання: За властивістю внутрішніх односторонніх кутів, їх сума дорівнює 180º. Нехай один кут *x*º, тоді другий – *x*+22.

Маємо рівняння: *x*+*x*+22= 180º;

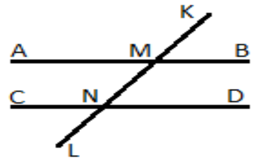
2*x*=180º-22º; *x*= 158º; *x*=158 : 2; *x*= 79º.

Отже, ∠1=79º; ∠2=79º +22º=101º.

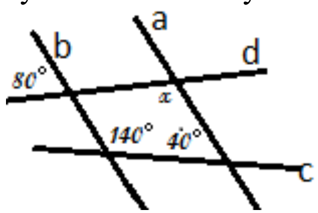
Відповідь: 79º; 101º.

Розв'яжи самостійно

1.На малюнку ∠LND = 150º, ∠KMB=30º. Знайдіть всі кути, що утворилися при перетині двох прямих AB і CD січною LK. Чи паралельні прямі AB і CD?



2.Знайдіть градусну міру кута ***x*** на малюнку.

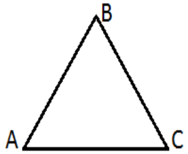


3.Знайдіть градусну міру кожного з двох внутрішніх односторонніх кутів, що утворилися при перетині двох паралельних прямих січною, якщо один з них у 4 рази більший за другий.

Картка-підказка №6

ТРИКУТНИК І ЙОГО ЕЛЕМЕНТИ. РІВНІСТЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ФІГУР

Згадай геометричні твердження



Трикутником називають фігуру, яка складається з трьох точок, що не лежать на одній прямій, і трьох відрізків, які сполучають ці точки.

Елементи трикутника:

Точки A,B,C – вершинами. AB, BC,AC – сторонни

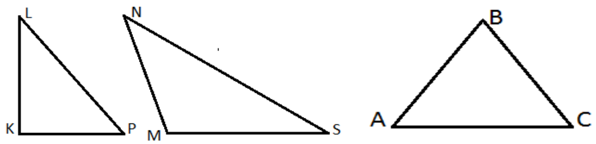
Кути трикутника: *BAC, ABC* і *BCA* *або* ∠A, ∠B, ∠C

Суму довжин усіх сторін трикутника називають його *периметром.*

Периметр позначають буквою *P,* наприклад, периметр трикутника *ABC* можна позначити так:

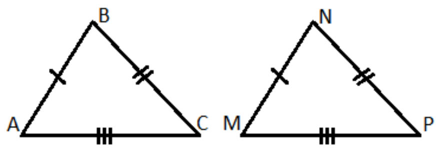
$P\Delta_{ABC} = AB+BC+AC$

Види трикутників



Прямокутний Тупокутний Гострокутний

Геометричні фігури називають *рівними*, якщо їх можна сумістити накладанням.



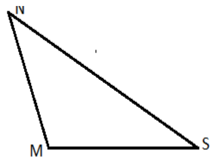
ΔABC = ΔMNP

AB=MN; BC=NP; AC=MP.

∠A=∠M; ∠B=∠N; ∠C=∠P

Прочитай уважно задачу

1. Одна сторона трикутника вдвічі менша за другу і на 4 см менша за третю. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 46 см.



Дано: Δ MNS

MS у два рази менша за MN і на 4см менша за NS. P=48см

Знайти: MS, MN, NS

Розв'язання:

Нехай сторона MS = x см, тоді MN = $2x$ см, NS= $(x+4)$см.

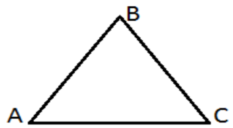
Оскільки периметр дорівнює 46см, маємо рівняння:

$x+2x+x+4= 48$; $4x+4=48$; $4x=48-4$; $4x=44$; $x=44:4$; $x=11$

Отже, сторона MS = 11 см, тоді MN = 2·11=22 (см), NS= 11+4=15(см).

Відповідь: 11см; 22см; 15см.

2. Знайдіть сторони трикутника, якщо вони пропорційні числам 3, 5 і 6, а периметр трикутника дорівнює 56 дм.



Дано: Δ ABC AB:BC:AC=3:5:6

P=56 дм

Знайти: AB, BC, AC

Розв'язання:

Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді AB=$3x$, BC=$5x$, AC=$6x$.

AB+BC+AC=56; $3x+5x+6x=56$; $14x=56$; $x=56:14$; $x=4$.

Отже, AB=3·4=12(дм), BC=5·4=20(дм), AC=6·4=24(дм).

Відповідь: 12дм, 20дм, 24дм.

3.Відомо, що Δ ABC = Δ*KLP*, *AB* = 6 см, *LP* = 11 см, *AC* =*9см*
Знайдіть невідомі сторони трикутників *ABC* і *KLP.*

Розв'язання:

Оскільки Δ ABC =Δ*KLP*, *то* AB=KL=6 см, BC=LP=11 см, AC=KP=9 см.

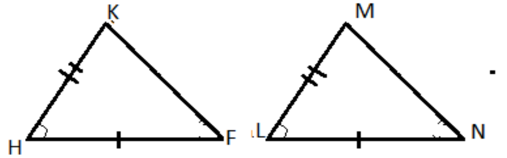
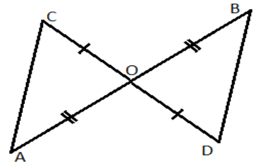
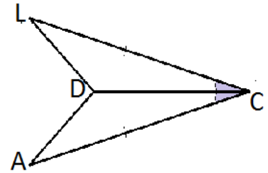
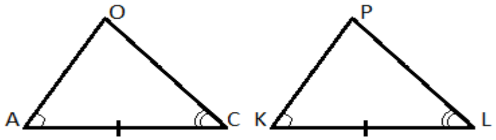
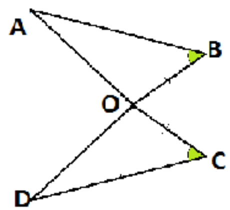
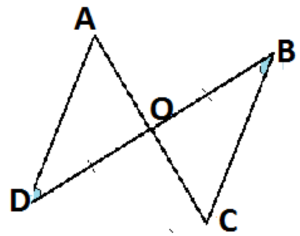
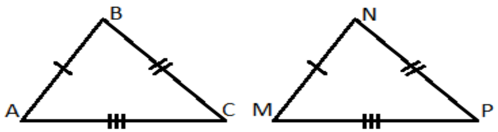
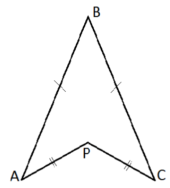
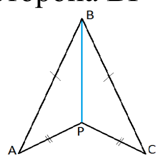
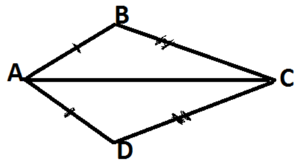
Відповідь: KL=6 см, BC=11 см, KP=9 см.

Розв'яжи самостійно

1.Одна сторона трикутника на 6 см менша за другу і втричі менша за третю. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 61 см.

2.Периметр трикутника дорівнює 68 см. Знайдіть сторони трикутника, якщо вони пропорційні числам 4, 5 і 8.

3.Відомо, що Δ*BCK* = Δ*NLO*, *BC*= 7 см, *LO* = 12 см, *NO* =*8см*
Знайдіть невідомі сторони трикутників *BCK* і *NLO.*

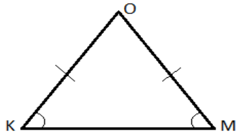
<table>
<tr><td>Картка-підказка №7</td><td colspan="2">ОЗНАКИ РІВНОСТІ ТРИКУТНИКІВ</td></tr>
<tr><td>Згадай ознаки</td><td>Прочитай уважно задачу</td><td>Розв’яжи самостійно</td></tr>
<tr><td>Перша ознака рівності трикутників.
Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника дорівнюють відповідно двом сторонам і куту між ними іншого трикутника, то такі трикутники рівні.

HK=LM , HF=LN, ∠H= ∠L</td><td>1.Відрізки AB і CD перетинаються в точці O так, що AO=BO, CO=OD. Доведіть, що ΔAOC = ΔDOB.

Дано: AO=BO, CO=OD.
Довести: ΔAOC = ΔDOB.
Доведення:
Оскільки AO=BO, CO=OD (за умовою)
∠COA=∠BOD (як вертикальні)
Тому за першою ознакою рівності трикутників ΔAOC = ΔDOB</td><td>1.На малюнку LC=AC
∠LCD=∠DCA
Доведіть, що ΔLDC = ΔADC.
</td></tr>
<tr><td>Друга ознака рівності трикутників
Якщо сторона і два прилеглих до неї кути одного трикутника дорівнюють відповідно стороні і двом прилеглим до неї кутам іншого трикутника, то такі трикутники рівні

AC=KL, ∠A= ∠K, ∠C= ∠L</td><td>2.На малюнку OB=OC, ∠OBA=∠OCD.
Доведіть, що ΔAOB = ΔDOC.

Дано: OB=OC, ∠OBA=∠OCD.
Довести: ΔAOB = ΔDOC.
Доведення:
Оскільки OB=OC,∠OBA=∠OCD (за умовою), а ∠BOA=∠DOC (як вертикальні). Тому ΔAOB = ΔDOC за другою ознакою рівності трикутників.</td><td>2.На малюнку OD=OB, ∠OBC=ODA. Доведіть, що ΔAOD = ΔOCB.
</td></tr>
<tr><td>Третя ознака рівності трикутників
Якщо три сторони одного трикутника відповідно дорівнюють трьом сторонам іншого трикутника, то такі трикутники рівні.

AB=MN, BC=NP, AC=MP. ∠A= ∠M,
∠B= ∠N, ∠C= ∠P.</td><td>3.На малюнку AB = BC, AP = PC. Доведіть, що BP — бісектриса кута ABC.

Дано: AB = BC, AP = PC
Довести: BP — бісектриса кута ABC.
Доведення: Сполучимо точку B з точкою P отримаємо два трикутники ABP і BPC. (мал.2)
У них AB = BC, AP = PC (за умовою), сторона BP – спільна, тому ΔABP= ΔBPC (за третьою ознакою).
У рівних трикутників відповідні кути рівні.
Отже, ∠ ABP = ∠PBC.
Звідси випливає, що BP — бісектриса кута ABC.
Що й треба було довести.

мал. 2</td><td>3. На малюнку AB=AD, BC=CD. Доведіть, що ∠B=∠D.
</td></tr>
</table>

Картка-підказка №8

РІВНОБЕДРЕНИЙ ТРИКУТНИК. ВЛАСТИВОСТІ ТА ОЗНАКИ

Згадай геометричні твердження

Трикутник називають *рівнобедреним*, якщо в нього дві сторони рівні.



Рівні сторони рівнобедреного трикутника називають ***бічними сторонами***, а його третю сторону — ***основою.***

На малюнку КО=ОМ - бічні сторони

КМ-основа

$P_{\Delta КОМ}$=2КО+КМ

Властивість кутів рівнобедреного трикутника.

У рівнобедреному трикутнику кути при основі рівні.

Трикутник, усі сторони якого мають різні довжини, називають *різностороннім.*

Трикутник, усі сторони якого рівні, називають рівностороннім.

Якщо у трикутнику всі кути рівні, то він рівносторонній.

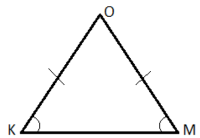
P=3a

Ознака рівнобедреного трикутника

Якщо у трикутнику два кути рівні, то він рівнобедрений.

Прочитай уважно задачу

1.Знайдіть периметр рівнобедреного трикутника, основа якого дорівнює 12 см, а бічна сторона на 5 см більша за основу.



Дано: ΔКОМ – рівнобедрений

КМ=12см

КО на 5 см більша за КМ

Знайти: $P_{\Delta ком}$ - ?

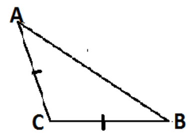
Розв'язання:

$P_{\Delta ком}$ = КО+ОМ+КМ; КО=ОМ =12+5 =17(см)

P= 17+17+12=46 (см)

Відповідь: 46 см

2.Знайдіть бічну сторону рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 17 см, а основа - 5 см.



Дано: Δ АВС – рівнобедрений

АВ=5 см

$P_{\Delta ABC}$ = 17 см

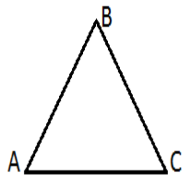
Знайти: АС

Розв'язання:

$P_{\Delta ACB}$= 2АС+АВ; АС = (Р-АВ): 2; АС =(17 - 5): 2=6(см)

Відповідь: 6 см.

3.Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 42 дм, а основа втричі менша від бічної сторони.



Дано: Δ АВС – рівнобедрений;

сторона АС у 3 рази менша від АВ

$P_{\Delta ABC}$ = 42 дм

Знайти: АВ, ВС, АС

Розв'язання:

Нехай АС = x дм, тоді АВ=ВС=3x дм.

$P_{\Delta ABC}$ = 42 дм. $x+3x+3x=42$; $7x=42$; $x=42:7$; $x=6$.

Отже, АС=6 дм, АВ=ВС=3·6=18(дм).

Відповідь: 6 дм, 18 дм,18 дм.

Розв'яжи самостійно

1.Периметр рівнобедреного трикутника АМК з основою МК дорівнює 28 дм. Знайдіть довжину основи МК, якщо АМ = 8 дм.

2.Знайдіть основу рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 28 см, а бічна сторона – 9 см.

3.Знайдіть сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр дорівнює 38 см, а бічна сторона на 4 см більша від основи.

Картка-підказка №9

МЕДІАНА, БІСЕКТРИСА І ВИСОТА ТРИКУТНИКА

Згадай геометричні твердження

Медіаною трикутника **називають відрізок, що сполучає вершину трикутника із серединою протилежної сторони.**
У будь-якому трикутнику медіани перетинаються в одній точці (її називають центроїдом трикутника) і діляться цією точкою у відношенні 2 : 1 , починаючи від вершини.

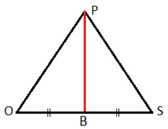
Бісектрисою трикутника **називають відрізок бісектриси кута трикутника, що сполучає вершину трикутника з точкою протилежної сторони.**
в будь-якому трикутнику бісектриси перетинаються в одній точці (її називають *інцентпром).*

Висотою трикутника **називають перпендикуляр, проведений з вершини трикутника до прямої, що містить його протилежну сторону.**
в будь-якому трикутнику три висоти або їх продовження перетинаються в одній точці (її називають *ортоцентром* трикутника).

Властивість бісектриси рівнобедреного трикутника
У рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до основи, є медіаною і висотою.

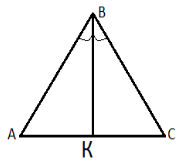
Прочитай уважно задачу

1.У трикутнику *OPS* відрізок *PB* – медіана, ОВ = 7 см. Знайдіть довжину відрізка *OS.*



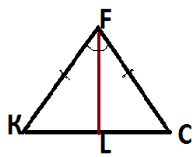
Дано: Δ OPS
PB- медіана, OB = 7 см
Знайти: *OS*
Розв'язання: OB=BS =7 см; *OS*= OB+BS =14(см)
Відповідь: 14 см

2.У трикутнику АВС відрізок ВК — бісектриса. Кут АВС дорівнює 80°. Знайдіть градусну міру кута АВК.



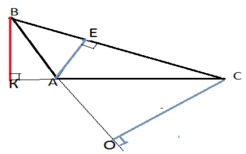
Дано: ΔАВС, ВК — бісектриса.
∠ABC = 80°
Знайти: ∠ АВК.
Розв'язання: ВК – бісектриса за умовою, тоді ∠ АВК.= ∠ КВС= 80°:2=40°.
Відповідь: ∠ АВК=40º.

3.Відрізок FL є бісектрисою рівнобедреного трикутника KFC (KF=FC), ∠KFL =28º, KC = 34см. Знайдіть кути KFC, KLF і відрізок KL.



Дано: ΔАВС, FL – бісектриса
КС=24см,
∠CFL = 26°
Знайти: ∠ KFC, ∠KLF, KL
Розв'язання:.
За властивістю бісектриси рівнобедреного трикутника (FL - висота), ∠KLF =90º, ∠KFC=26º+26º=52º. KL = KC : 2= 24:2=12(см) (FL – медіана).
Відповідь: ∠KLF = 90º, ∠KFC=52º, KL=12см

4. Проведемо висоти у тупокутному трикутнику.



Розв'яжи самостійно

1.У трикутнику ВОС відрізок ОК — медіана, ВС = 16 см. Знайдіть довжину відрізків ВК і КС.

2.У трикутнику КМР відрізок МО — бісектриса. Кут КМО дорівнює 38°. Знайдіть градусну міру кута КМР.

3.Відрізок ЕК є медіаною рівнобедреного трикутника DEF (DF=EF),
∠DEF=70º, DK=15см. Знайдіть кути DEK, DKE і основу DF.
.

4.Накресли тупокутний трикутник. За допомогою креслярського косинця проведіть його висоти

Картка-підказка №10

СУМА КУТІВ ТРИКУТНИКА

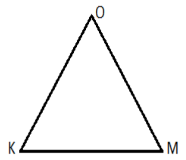
Згадай теорему

Сума кутів трикутника дорівнює 180°.

У будь-якому трикутнику принаймні два кути гострі; трикутник не може мати більше ніж один прямий або тупий кут.

Прочитай уважно задачу

1.Знайдіть третій кут трикутника, якщо перший і другий кути дорівнюють 17º і 59º.



Дано: ∠K =17º, ∠M=59º

Знайти: ∠O

Розв'язання:

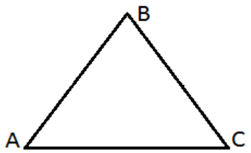
∠K+∠O+∠M=180º.

17º+∠O +59º=180º;

∠O=180º-(17º+59º)=180º-76º=104º.

Відповідь: 104º.

2. Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює 62º. Знайдіть кут при вершині.



Дано: ΔABC – рівнобедрений

∠A=62º.

Знайти: ∠B.

Розв'язання:

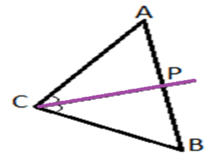
ΔABC – рівнобедрений за умовою, тоді ∠A=∠C=62º.

∠B=180º-(62º+62º)=180º-124º=56º.

Відповідь: 56º.

Прочитай уважно задачу

3.У ΔABC проведено бісектрису CP. Знайдіть ∠PCB, якщо ∠B=58º, ∠A=38º.



Дано: ΔABC, CP – бісектриса, ∠B=58º, ∠A=38º.

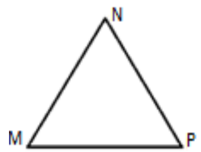
Знайти: ∠PCB

Розв'язання:

∠C=180º - (∠A+∠B); ∠C =180º - (58º+38º)=180º - 96º=84º, ∠ACP=∠PCB (CP – бісектриса) ∠PCB =∠C : 2 ; ∠PCB = 84º:2=42º.

Відповідь: 42º.

4. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо кут при вершині на 18º більший за кут при основі.



Дано: ΔMNP – рівнобедрений.

∠N на 18º > за ∠M.

Знайти: ∠M, ∠N, ∠P.

Розв'язання:

Нехай ∠M = x^o. ΔMNP – рівнобедрений, тоді ∠M =∠P = x^o.

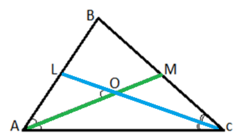
∠N = (x+18º), ∠M+∠N+∠P=180º.

x+x+x+18º=180º; 3x=180º-18º; 3x=162º; x=54º

Отже, ∠M = ∠P =54º, ∠N=54º+18º=72º.

Відповідь: 54º, 54º, 72º.

5.У трикутнику два кути дорівнюють 56° і 62°. Знайдіть кут між прямими, на яких лежать бісектриси цих кутів.



Дано: ∠A=56º

∠C=62º

AM і CL – бісектриси.

Знайти: ∠LOA.

Розв'язання:

∠BAM=∠MAC=56º : 2=28º. (AM – бісектриса)

∠LCA=∠BCL=62º : 2=31º. (CL– бісектриса)

У ΔAOC знайдемо ∠AOC.

∠AOC=180º-(28º+31º)=180º-59º=121º

∠LOA=180º-121º=59º.

Відповідь: 59º.

Розв'яжи самостійно

1. Знайдіть третій кут трикутника, якщо перший і другий кути дорівнюють 29º і 91º

2. Кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює 82º. Знайдіть кут при основі.

3.У ΔKBP проведено бісектрису PO. Знайдіть ∠ K, якщо ∠KPO=34º, ∠B=26º.

4.Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо кут при основі на 14º менший за кут при вершині.

5.Кути трикутника відносяться як 1:2:3. Знайдіть менший з кутів, утворених при перетині бісектрис більших кутів.

Картка-підказка №11

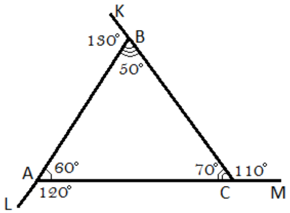
ЗОВНІШНІЙ КУТ ТРИКУТНИКА ТА ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ. СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ СТОРОНАМИ І КУТАМИ ТРИКУТНИКА

Згадай правило

Зовнішнім кутом трикутника **називають кут, суміжний з кутом цього трикутника.**

Властивість зовнішнього кута трикутника

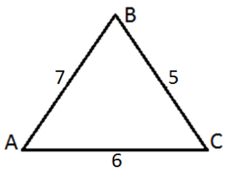
Зовнішній кут трикутника дорівнює сумі двох внутрішніх кутів, не суміжних з ним



Зовнішній кут трикутника більший за будь-який внутрішній кут, не суміжний з ним.

Співвідношення між сторонами і кутами трикутника

У трикутнику: 1) проти більшої сторони лежить більший кут;
2) проти більшого кута лежить більша сторона.

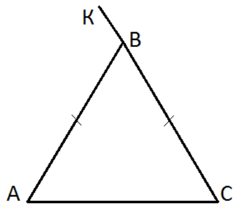


$\angle B > \angle A$
$\angle C > \angle A$
$\angle C > \angle B$

Найбільший $\angle C$, найменший - $\angle A$

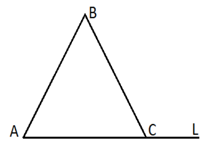
Прочитай уважно задачу

1.Зовнішній кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює 98º. Знайдіть кут при основі трикутника.



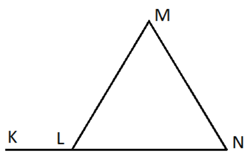
Дано: ΔABC – рівнобедрений ; $\angle ABK=98^\circ$.
Знайти: $\angle A$.
Розв'язання:
За властивістю зовнішнього кута трикутника маємо:
$\angle ABK=\angle A+\angle C$; тоді $\angle A+\angle C=98^\circ$;
$\angle A=\angle C$ (ΔABC – рівнобедрений, за умовою)
$\angle A=\angle C = 98^\circ : 2=49^\circ$.
Відповідь: 49º.

2.Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 126º. Знайдіть внутрішні кути, не суміжні з ним, якщо вони відносяться як 4:5.



Дано: ΔABC
$\angle BCL=126^\circ$.
Знайти: $\angle A$ і $\angle B$.
Розв'язання:
$\angle BCL=\angle A+\angle B$ (за властивістю зовнішнього кута)
Нехай $\angle A=4x$, а $\angle B=5x$; $\angle BCL=126^\circ$.
Маємо рівняння: $4x+5x=126^\circ$; $9x=126$; $x=126 : 9$; $x=14$.
Отже, $\angle A=4 \cdot 14=56^\circ$, $\angle B=5 \cdot 14=70^\circ$.
Відповідь: 56º; 70º.

3. Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 105º. Знайдіть внутрішні кути, які не суміжні з ним, якщо один з них на 15º більший за інший.



Дано: ΔLMN
$\angle KLM=105^\circ$.
$\angle M >$ за $\angle N$ на 15º
Знайти: $\angle M$ і $\angle N$.
Розв'язання:
$\angle KLM=\angle M +\angle N=105^\circ$ (за властивістю зовнішнього кута)
Нехай $\angle N =x$, тоді $\angle M=(x+15)^\circ$; $\angle KLM=105^\circ$.
Маємо рівняння: $x+x+15^\circ=105^\circ$; $2x=105-15$; $2x=90$; $x=45^\circ$.
Отже, $\angle N =45^\circ$, $\angle M=45+15=60^\circ$.
Відповідь: 45º; 60º.

Розв'яжи самостійно

1.Зовнішній кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює 116º. Знайдіть кут при вершині трикутника.

2.Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 130º. Знайдіть внутрішні кути, не суміжні з ним, якщо вони відносяться як 3:7.

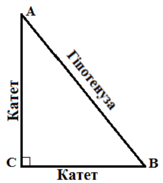
3.Один із зовнішніх кутів трикутника дорівнює 128º. Знайдіть внутрішні кути, які не суміжні з ним, якщо один з них утричі більший за інший.

Картка-підказка №12

ПРЯМОКУТИЙ ТРИКУТНИК. ВЛАСТИВОСТІ ПРЯМОКУТНОГО ТРИКУТНИКА

Згадай властивості

Трикутник називають ***прямокутним,*** якщо один з його кутів **прямий**.



Сторона, яка лежить проти прямого кута, називається ***гіпотенузою***, а дві інші сторони — ***катетами.***

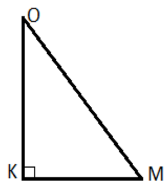
Властивості :

1.Сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 90°.

2.Гіпотенуза більша за будь-який з його катетів.

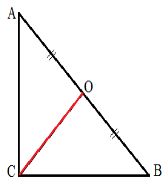
3.Катет, що лежить проти кута 30°, дорівнює половині гіпотенузи.

4.Якщо катет дорівнює половині гіпотенузи, то кут, що лежить проти цього катета, дорівнює 30°.



Якщо КМ=ОМ:2,то ∠О=30º

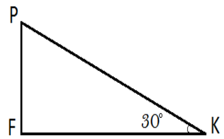
5.У прямокутному трикутнику медіана, проведена до гіпотенузи, дорівнює половині гіпотенузи.



$CO = \frac{AB}{2}$

Прочитай уважно задачу

1. У прямокутному трикутнику FPK (∠F=90º) ∠K=30º. Знайти FP, якщо PK=14 дм.



Дано: ∆ FPK (∠F=90º), ∠K=30º, PK=14дм

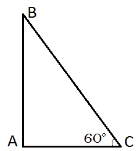
Знайти: FP.

Розв’язання:

$FP = \frac{PK}{2}$ (за властивістю); $FP = \frac{14}{2}$=7(дм).

Відповідь:7 дм.

2. У прямокутному трикутнику ABC (∠A=90º) ∠C=60º. Знайти BC, якщо AC=6 см.



Дано: ∆ABC (∠A=90º); ∠C=60º, AC=6 см.

Знайти: BC.

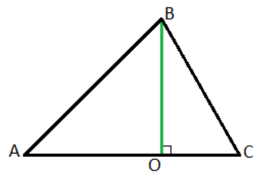
Розв’язання:

∠B=90º - ∠C;∠B=90º- 60º=30º; тоді $AC = \frac{BC}{2}$;

BC=2·AC; BC=2·6=12(см).

Відповідь:12 см.

3.У трикутнику ABC BO – висота, ∠ABO=43º, ∠OBC=59º. Знайти кути трикутника.



Дано: ∆ABC

BO – висота

∠ABO=43º

∠OBC=59º

Знайти: ∠A, ∠B, ∠C.

Розв’язання:

У ∆ABO ∠BOA=90º, ∠ABO=43º (за умовою),

тоді ∠BAO=90º- 43º=47º.

У ∆BOC ∠BOC=90º, ∠OBC=59º (за умовою),

тоді ∠BCO=90º - 59º=31º.

∠A=47º, ∠B=31º; ∠C=180º-(47º+31º)=180º-78º=102.º

Відповідь: 47º, 31º, 102º.

Розв’яжи самостійно

1.У прямокутному трикутнику ABO (∠B=90º) ∠A=30º. Знайти AO, якщо BO =11дм.

2.У прямокутному ∆AKC (∠K=90º) ∠A=60º. Знайти KA, якщо AC=14см.

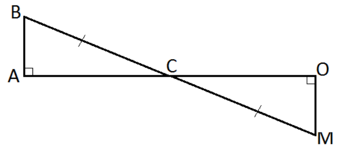
3.У прямокутному трикутнику гострий кут дорівнює 60º, а бісектриса цього кута – 10 см. Знайдіть довжину катета, який лежить проти цього кута.

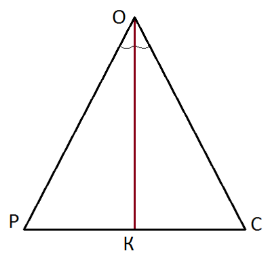
<table>
<tr><td>Картка-підказка №13</td><td colspan="2">ПРЯМОКУТИЙ ТРИКУТНИК. ОЗНАКИ РІВНОСТІ ПРЯМОКУТНИХ ТРИКУТНИКІВ</td></tr>
<tr><td>Згадай ознаки</td><td>Прочитай уважно задачу</td><td>Розв’яжи самостійно</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ОЗНАКИ:
1.Якщо катети одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють катетам іншого, то такі трикутники рівні.

2.Якщо катет і прилеглий до нього гострий кут одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють катету і прилеглому до нього куту іншого, то такі трикутники рівні.

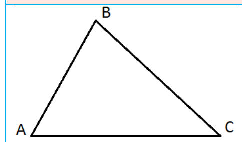
3.Якщо гіпотенуза і гострий кут одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють гіпотенузі й гострому куту іншого, то такі трикутники рівні.

4.Якщо катет і протилежний йому кут одного прямокутного трикутника відповідно дорівнюють катету і протилежному йому куту іншого, то такі трикутники рівні.

5.Якщо катет і гіпотенуза одного прямокутного трикутника дорівнюють відповідно катету і гіпотенузі іншого, то такі трикутники рівні.</td><td>1.На малюнку AB┴AO, OM┴CO, BC=CM. Доведіть, що ∆ABC=∆COM


Дано:
AB┴AO
OM┴CO
BC=CM
Доведіть, що ∆ABC=∆COM
Доведення:
Розглянемо ∆ABC і ∆COM
∠A=90º (AB┴AC за умовою), ∠O=90º (OM┴CO за умовою) BC=CM
∠BCO=∠OCM (як вертикальні)
∆ABC=∆COM (за гіпотенузою і гострим кутом).
Відповідь: ∆ABC=∆COM.</td><td>1.Відрізки AB і CD перетинаються під прямим кутом у точці O. Доведіть рівність трикутників ODB та OAC, якщо OD=OC , ∠D=∠C.</td></tr>
<tr><td>2.У трикутнику POC, OK – висота, ∠POK=∠KOC. Довести, що ∆POK=∆KOC.


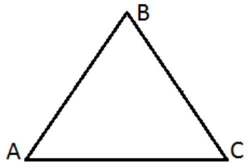
Дано:
KO┴PC
∠POK=∠KOC
Доведіть, що ∆POK=∆KOC
Доведення:
∆POK=∆KOC – прямокутні (OK – висота за умовою),
OK – спільний катет,
∠POK=∠KOC за умовою, тому ∆POK=∆OKC за катетом і прилеглим кутом.
Відповідь: ∆POK=∆KOC.</td><td>2.У рівнобедреному трикутнику AKO проведено бісектрису KC. Доведіть, що ∆AKC=∆KCO.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Картка-підказка №14</td><td colspan="2">НЕРІВНІСТЬ ТРИКУТНИКА</td></tr>
<tr><td>Згадай правило</td><td>Прочитай уважно задачу</td><td>Розв'яжи самостійно</td></tr>
<tr><td rowspan="3">

$AB<BC+AC$
$BC<AB+AC$
$AC<AB+BC$

Кожна сторона трикутника менша від суми двох інших його сторін.

Кожна зі сторін трикутника більша за різницю двох інших його сторін

Кожна сторона трикутника менша від суми двох інших
сторін, але більша за модуль їх різниці.</td>
<td>1.Чи існує трикутник із сторонами:
а) 2 см, 5см, 6 см.
б) 3 см, 6 см, 10 см.
Розв'язання:
а) $2<5+6$, $5<2+6$, $6<2+5$
$2<11$, $5<8$, $6<7$. Так існує.
б) $3<6+10$, $6<3+10$, $10<3+6$
$3<16$, $6<13$, <u>$10<9$.</u> Ні, не існує.</td>
<td>1.Чи існує трикутник із сторонами:
а) 5 см, 9см, 12см.
б) 6 см, 4 см, 11 см.</td></tr>
<tr><td>2.Чи існує трикутник з периметром 20 см, одна сторона якого на 2 см більша за другу і на 4 см менша від третьої?


Дано: $P_{\Delta ABC}=20$ см
AB на 2 см > за BC
AB на 4 см < за AC
Чи існує такий трикутник?
Розв'язання:
Нехай $AB=x$ см, тоді $BC=(x-2)$ см, $AC=(x+4)$; $P_{\Delta ABC}=20$ см, маємо рівняння: $x+x-2+x+4=20$; $3x+2=20$; $3x=18$; $x=6$.
Отже, AB=6 см, BC=6-2=4 (см), AC =6+4=10 (см).
Перевірмо: $10<6+4$; <u>$10=10$</u>. Ні, не існує.</td>
<td>2.Чи існує трикутник з периметром 34 см, одна сторона якого на 4 см менша за другу і у 3 рази менша від третьої?</td></tr>
<tr><td>3.Чи можуть сторони трикутника бути пропорційними числам:
а) 2, 3, 7.
б) 4, 5, 11.
Розв'язання:
а) Позначимо сторони трикутника через $2x$, $3x$, $7x$. Тоді $7x<2x+3x$, $3x<7x+2x$, $2x<3x+7x$; $7x<5x$, $3x<9x$, $2x<10x$. Так, можуть.
б) $4x<5x+11x$, $7x<5x$; $5x<4x+11x$; $5x<15x$; $11x<4x+5x$, <u>$11x<9x$</u> – не вірно
Ні, не можуть</td>
<td>3.Чи можуть сторони трикутника бути пропорційними числам:
а) 4, 3, 8.
б) 5, 7, 11.</td></tr>
</table>

Картка-підказка №15

КОЛО І КРУГ. ДОТИЧНА ДО КОЛА

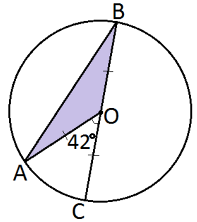
Згадай твердження

Колом називають геометричну фігуру, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки.

Цю точку називають *центром* кола.
Відрізок, що сполучає центр з будь-якою точкою кола, називають *радіусом*.
Відрізок, що сполучає дві точки кола, називають *хордою*.
Хорду, що проходить через центр кола, називають *діаметром.*
Діаметр є найбільшою з хорд.
Діаметр з будь-якої точки кола видно під прямим кутом.
Властивість діаметра кола, перпендикулярного до хорди
Діаметр кола, перпендикулярний до хорди, ділить її навпіл.
Властивість діаметра кола, що проходить через середину хорди.
Діаметр кола, що проходить через середину хорди, яка не є діаметром, перпендикулярний до цієї хорди.
Дотичною до кола називають пряму, яка має з колом лише одну спільну точку (*точка дотику)*
Властивість дотичної
Дотична до кола є перпендикулярною до радіуса, який проведений в точку дотику.
Відрізки дотичних, проведених з однієї точки до кола, рівні між собою.

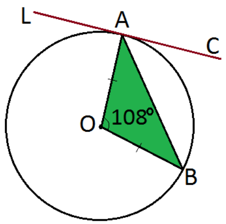
Прочитай уважно задачу

1.**Точка O – центр кола, $\angle AOC = 42^\circ$. Знайти $\angle ABC$.**



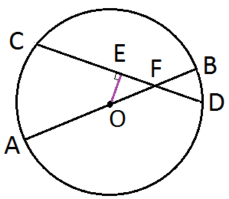
Дано: $\angle AOC = 42^\circ$
Знайти: $\angle ABC$.
Розв'язання:
Оскільки точка O – центр кола, то AO=OB (як радіуси). Тоді $\triangle AOB$ – рівнобедрений, а $\angle A = \angle B$.
За властивістю зовнішнього кута
$\angle AOC = \angle A + \angle B$; $\angle A + \angle B = 42^\circ : 2 = 21^\circ$.
Відповідь: 21°.

2.На малюнку $\angle AOB = 108^\circ$, LC – дотична. Знайдіть кут BAC.



Дано:
$\angle AOB = 108^\circ$, LC – дотична
Знайти: $\angle BAC$.
Розв'язання:
AO=OB (як радіуси), тоді $\triangle AOB$ – рівнобедрений,
$\angle OAB = \angle OBA = (180^\circ - 138^\circ) : 2 = 72^\circ : 2 = 36^\circ$.
$\angle OAC = 90^\circ$, $AO \perp LC$ (за властивістю дотичної)
$\angle BAC = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$.
Відповідь: 54°.

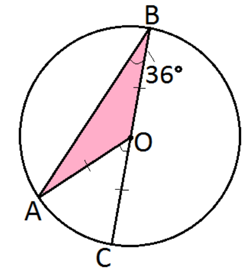
3.**Діаметр AB і хорда CD перетинаються у точці F так, щоAF=10 см, FB= 4 см, $\angle AFC = 30^\circ$. Знайти відстань від центра кола до хорди**.



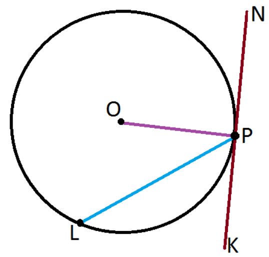
Дано:
AB – діаметр, CD – хорда; AF=10 см;FB=4 см
$\angle AFC = 30^\circ$
Знайти: OE.
Розв'язання:
$OE \perp CD$ (відстань від O до CD)
AB=10+4=14 (см) OB=14 : 2=7 (см)
OF=7-4=3(см).
Так, як $\angle AFC = 30^\circ$, тоді OE= OF : 2
OE=7 : 2=3,5 (см).
Відповідь: 3.5 см.

Розв'яжи самостійно

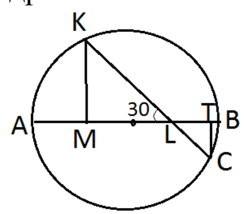
1.Точка O - центр кола, $\angle ABC = 36^\circ$ Знайдіть $\angle AOC$

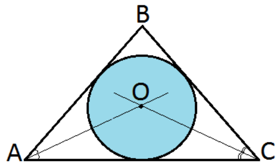


2. На малюнку KN – дотична до кола з центром у точці O. $\angle LPK = 38^\circ$. Знайдіть $\angle OPL$

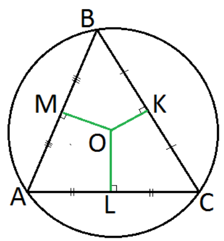


3. Хорда кола KC перетинає його діаметр у точці L, $\angle KLA = 30^\circ$, KL= 16см, LC= 9см. Знайдіть довжини відрізків KM і TC.

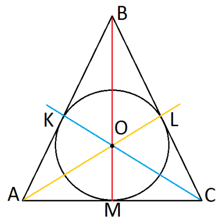


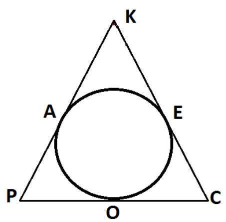
<table>
<tr><td>Картка-підказка №16</td><td colspan="2">КОЛО, ВПИСАНЕ В ТРИКУТНИК. КОЛО, ОПИСАНЕ НАВКОЛО ТРИКУТНИКА</td></tr>
<tr><td>Згадай теореми</td><td>Прочитай уважно задачу</td><td>Розв’яжи самостійно</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Коло називають вписаним у трикутник, якщо воно дотикається до всіх сторін цього трикутника.


У будь-який трикутник можна вписати коло.
AO і CO – бісектриси
Центром кола, вписаного у трикутник, є точка перетину бісектрис цього трикутника.

Коло називають описаним навколо трикутника, якщо воно проходить через усі вершини цього трикутника


KO⊥BC,
MO⊥AB
OL⊥AC
AM=MB, BK=KC
MO, KO і LO серединні перпендикуляри.

Навколо будь-якого трикутника можна описати коло.
Центром кола, описаного навколо трикутника, є точка перетину серединних перпендикулярів до його сторін.</td>
<td>1.У ∆ABC вписано коло з центром у точці O. Знайдіть кути трикутника ABC, якщо ∠MCO=36º, ∠KBO=28º.


Дано: ∆ABC
O – центр кола вписаного в ∆ABC
∠MCO=36º, ∠KBO=28º.
Знайти: ∠A, ∠B, ∠C.
Розв’язання:
Оскільки коло вписано в трикутник, то OC, AO, і BO – бісектриси кутів. Тому ∠MCO=∠LCO=36º,
∠C=36º+36º=72º
∠KBO=∠LBO=28º, ∠B=28º+28º=56º
∠A=180º-(56º+72º)=180º-128º=52º
Відповідь: 52º, 56º, 72º.</td>
<td>1. У ∆ABC вписано коло з центром у точці O. Знайдіть кути трикутника ABC, якщо ∠LBO=38º, ∠KAO=32º.</td></tr>
<tr><td>2. Периметр трикутника PKC, описаного навколо кола дорівнює 68см. Точка дотику кола до сторони PK ділить цю сторону у відношенні 3:4, рахуючи від вершини P. Точка дотику до сторони KC віддалена від вершини C на 6см. Знайти сторони трикутника.


Дано: коло вписане в ∆PKC; A,E,O - точки дотику
P∆PKC= 68см; PA:AK= 3:4; EC=6см
Знайти: PK, KC, PC.
Розв’язання:
Введемо коефіцієнт пропорційності x, тоді PA=3x, AK= 4x.
За властивістю відрізків дотичних, проведених з однієї точки, маємо: PA=PO=3x; AK=KE= 4x; EC=CO=6см. За властивістю вимірювання відрізків: PK= PA+AK=4x+3x=7x; KC=KE+EC= 4x+6 ; PC=PO+OC= 3x+6.
P=68 см, маємо рівняння: 7x+4x+6+3x+6=68; 14x+12=68; 14x=68-12; 14x=56; x=56:14; x=4.
PK=7·4=28(см) , KC=4·4+6=22(см), PC=3·4+6=18(см).
Відповідь: 28см, 22см, 18см</td>
<td>2. Точка дотику вписаного кола рівнобедреного трикутника ділить його бічну сторону у відношенні 4:7 рахуючи від вершини рівнобедреного трикутника. Знайти сторони трикутника, периметр якого 76см.</td></tr>
</table>

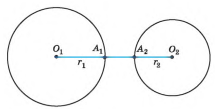
Картка-підказка №17

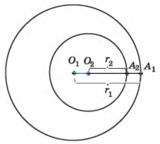
ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ДВОХ КІЛ

Згадай геометричні твердження

І.Два кола можуть не перетинатися

$O_1 O_2 > r_1+r_2$



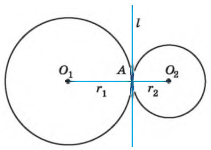


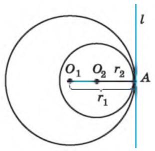
$O_1 O_2 < r_1-r_2$

ІІ. ***Два кола можуть мати одну спільну точку***

Кола мають зовнішній дотик.

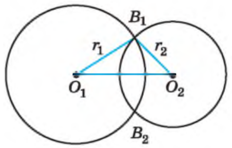
1) $O_1 O_2 = r_1+r_2$
2) $l \perp O_1 O_2$





2. Кола мають внутрішній дотик.
$O_1 O_2 = r_1-r_2$

ІІІ. ***Два кола можуть мати дві спільні точки,*** **тобто кола** ***перетинаються.***



$\mathbf{r_1-r_2< O_1 O_2 < r_1+r_2}$

Прочитай уважно задачу

1.Відстань між центрами двох кіл дорівнює 14 см. Визначте взаємне розміщення цих кіл, якщо їх радіуси дорівнюють:
1) 8см і 4 см; 2) 19см і 3 см; 3) 8см і 6 см; 4) 8см і 9см

1) Дано: O_1O_2=14см; r_1=8см, r=4см
Визначити взаємне розміщення кіл
Розв'язання:
14>4 8+4; 14 >12, тобто $O_1O_2 > r_1+r_2$ Два кола не перетинаються.

2) Дано: O_1O_2=14см; r_1=19см, r=3см
Визначити взаємне розміщення кіл
Розв'язання:
14 < 19-3; 14 < 16
$O_1 O_2 < r_1-r_2$.. Два кола не перетинаються

3)Дано: O_1O_2=14см; r_1=8см, r=6см
Визначити взаємне розміщення кіл
Розв'язання:
14=8+6 ; $O_1 O_2 = r_1+r_2$. Два кола мають зовнішній дотик.

4) Дано: O_1O_2=14см; r_1=10см, r=7см
Визначити взаємне розміщення кіл
Розв'язання:
10 - 7 < $O_1 O_2$ < 10+7
$r_1-r_2< O_1 O_2 < r_1+r_2$
Два кола перетинаються

Розв'яжи самостійно

1.Відстань між центрами двох кіл дорівнює 18 см. Визначте взаємне розміщення цих кіл, якщо їх радіуси дорівнюють:
1) 9см і 5 см; 2) 27см і 5 см;
3) 8см і 10 см; 4) 12см і 9см.

2. Кола, радіуси яких 6 см і 2 см, мають внутрішній дотик. Знайдіть відстань між їх центрами

3. Два кола мають зовнішній дотик, а відстань між їх центрами дорівнює 19 см. Знайдіть радіуси цих кіл, якщо радіус одного з них на 5 см більший за радіус другого.

ЛІТЕРАТУРА:

1.Бідюк А.С. Наукові підходи до самоосвітньої діяльності педагога. – Заучу. Усе для роботи. – 2016. № 23-24

2. Істер О.С. Геометрія: підручник для 7-го класу загальноосвітніх навчальних закладів. – Київ: Генеза, 2015.

3. Семенець С. П. Елементарна математика. Навчальна програма (розроблено на основі концепції розвивальної освіти). - Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2008.

4.Мерзляк А.Г., Полонський В.В., Якір М.С. – Геометрія : підручник для 7-го класу загальноосвітніх навчальних закладів 2-ге видання перероблене. – Х.: Гімназія, 2020

5.Мерзляк А.Г., Полонський В.В., Якір М.С. – Збірник задач і контрольних робіт. – Гімназія, Харків, 2015

6.Наливайко Г.В. Керівництво самоосвітньою діяльністю вчителів // Освіта і управління. – Т.3. 2007– 78 с.