Тема. Площа трикутника. Розв’язування задач на знаходження площі трикутника. (2 год.)
Площа трикутника. Теорема 37 про знаходження площі трикутника.
Формули для обчислення площі трикутника:

довільного трикутника $S = \frac{1}{2}ah$, де а – основа трикутника h – висота;

прямокутного трикутника $S = \frac{1}{2}ab$, де а і и – катети;

правильного (рівностороннього) трикутника $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, де а – сторона;

для трикутника описаного навколо кола $S = pr$, де р – півпериметр трикутника, r – радіус вписаного кола;

для трикутника вписаного в коло $S = \frac{abc}{4R}$, де a,b,c – сторони трикутника, R – радіус описаного кола;

для довільного трикутника формула Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ де a,b,c – сторони трикутника, р – його півпериметр.

Опрацювати: § 22 п.1, с. 205,206 «виконаємо разом»

Приклади розв’язування задач.

Рівень А

№ 986

Дано: a =35 см, S = 175 см^2

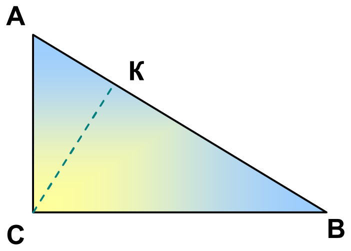
Знайти h

Розв’язання

$$S = \frac{1}{2}ah, \quad 2S = ah, \quad \text{звідки } h = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 175}{35} = 10(\text{см})$$

Відповідь: 10 см

№ 998



Дано: △ABC – прямокутний, Ð C = 90°

AC = a = 5 см, CB = b = 12 см

Знайти: CK

Розв’язання.

$$S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}AB \cdot CK, \text{ тому}$$

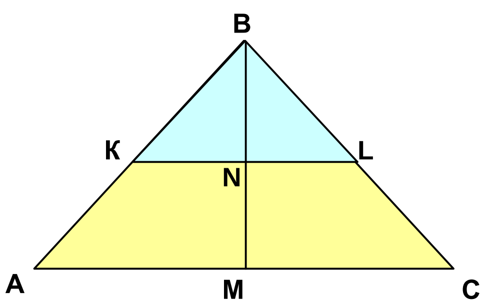
$$ab = AB \cdot CK, \quad AC \cdot CB = AB \cdot CK \text{ звідки}$$

$$CK = \frac{AC \cdot CB}{AB}$$. за теоремою Піфагора $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ (см)

$$CK = \frac{5 \cdot 12}{13} = 4\frac{8}{13} \text{ (см)}$$

Відповідь. $4\frac{8}{13}$ (см)

№ 1002



Дано: △ABC, S = 20 см^2

KL – середня лінія

Знайти: S_{KBL}

Розв’язання.

$$S_{KBL} = \frac{1}{2}KL \cdot BN;$$

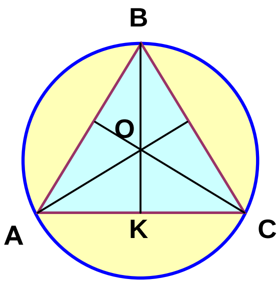
$$KL = \frac{1}{2}AC; \; BN = \frac{1}{2}BM$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BM$$

$S_{KBL} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AC \cdot \frac{1}{2}BM = \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{20}{4} = 5(см^2)$

<u>Відповідь</u>. 5см^2

Рівень Б



Задача. Знайти площу правильного трикутника вписаного у коло радіуса R.

Розв’язання.

$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, a – сторона правильного трикутника

AO = BO = CO = R;   AB = BC = AC = a

$\angle OAK = 30°$, тому $OK = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2}R$

За теоремою Піфагора $AK = \sqrt{AO^2 - OK^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{1}{2}R\right)^2} =$

$= R\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = R\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$

$\mathbf{a} = 2 \cdot AK = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}R = \mathbf{R\sqrt{3}}$

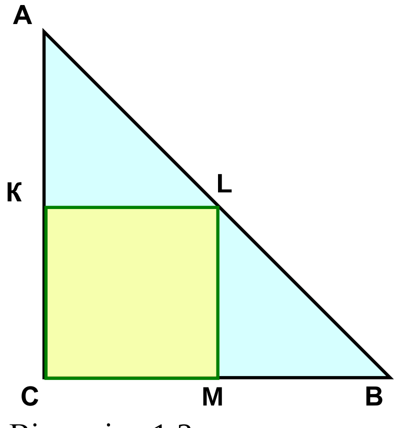
$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(R\sqrt{3})^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$

$S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$

<u>Відповідь</u>. $\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$

№ 1020

Дано: $\triangle ABC$ – прямокутний, $\angle C = 90°$, AC = BC



CKLM – вписаний квадрат

Знайти: $S_{CKLM} : S_{ABC}$

Розв’язання.

Нехай CM = a, тоді $S_{CKLM} = a^2$;

Оскільки $\triangle ABC$ – прямокутний і рівнобедрений, то $\angle B = 45°$

$\triangle LMC$ також рівнобедрений ($\angle L = \angle B = 45°$)

Тому MB = LM = a

AC = CB = CM + MB = a + a = 2a

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2$

$S_{CKLM} : S_{ABC} = a^2 : 2a^2 = 1:2$

<u>Відповідь</u>.1:2

Самостійно розв’язати

Група А № 989, 999, 1010

Група Б № 1009, 1014, 1029

Тема. Площа ромба. Розв'язування задач на знаходження площі ромба. (2 год.)

1. Площа ромба. Теорема 38 про площу ромба.
2. Формули для обчислення площі ромба.

   $S = \frac{1}{2}d_1d_2$, де d_1, d_2 – діагоналі ромба

   $S = ah$, a – сторона, h – висота ромба

3. $S = \frac{1}{2}d_1d_2$ – за цією формулою обчислюється площа будь-якого опуклого чотирикутника з перпендикулярними діагоналями
4. Приклади розв'язування задач.

Рівень А

№ 1003

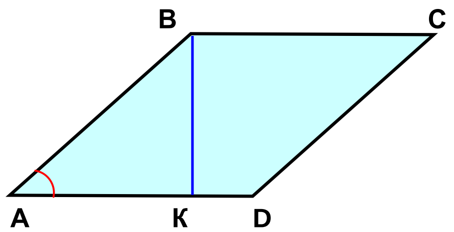
Дано: $d_1 = 4$ см, $d_2 = 6$ см

Знайти: S

Розв'язання. $S = \frac{1}{2}d_1d_2 = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 6 = 12(\text{см}^2)$

Відповідь.12 см^2

№ 932



Дано: ABCD – ромб, BK – висота, BK = 10 см, ÐBAK = 30°

Знайти: S_{ABCD}

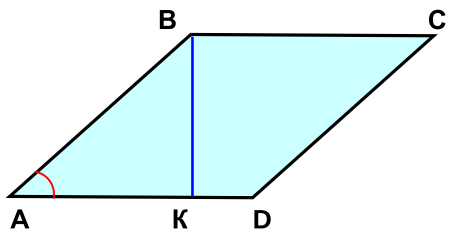
Розв'язання. △ ABK – прямокутний з ÐBAK = 30°, тому

$AB = 2BK = 2\cdot 10 = 20$ (см)

$S_{ABCD} = AD\cdot BK = AB\cdot BK = 20\cdot 10 = 200(\text{см}^2)$

Відповідь. 200 см^2

№ 933



Дано: ABCD – ромб, BK – висота, AD = AB = a, ÐBAK = 30°

Знайти: S_{ABCD}

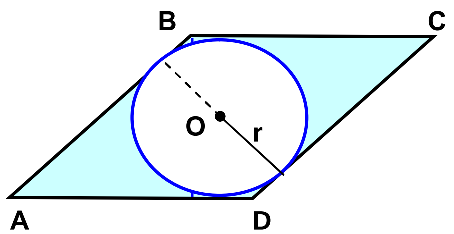
Розв'язання. △ABK – прямокутний з ÐBAK = 30°, тому

$BK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a$

$S_{ABCD} = AD\cdot BK = a\cdot \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a^2$

Відповідь. $\frac{1}{2}a^2$

№ 935



Дано: ABCD – ромб, AD = 37,5 см, r = 21,2 см

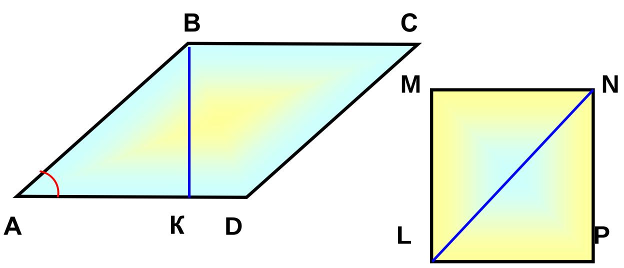
Знайти: S_{ABCD}

Розв'язання. Радіус r проведений у точку дотику перпендикулярний до сторони CD, якщо його продовжити до перетину з стороною AB, то одержимо висоту h = 2r

$S_{ABCD} = CD\cdot h = AD\cdot 2r = 37{,}5\cdot 2\cdot 21{,}2 = 1590(\text{см}^2)$

Відповідь. 1590 см^2

№ 936



Дано: ABCD – ромб, P = 48 см, ÐA_1 = 30°,

LMNP – квадрат, $S_{ABCD} = S_{LMNP}$

Знайти: LN

Розв'язання. Нехай сторона ромба a, тоді P = 4a,

звідки $a = \frac{1}{4}P = \frac{1}{4}\cdot 48 = 12$ (см)

$\triangle ABK =$ прямокутний з кутом 30°, тому

$h = BK = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ (см)

$S_{ABCD} = S_{LMNP} = a \cdot h = 12 \cdot 6 = 72$ (см^2)

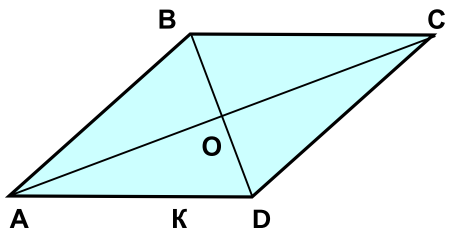
$S_{LMNP} = LP^2$, звідки $LP = \sqrt{S_{LMNP}} = \sqrt{72}$ (см)

$LN = LP \cdot \sqrt{2} = \sqrt{72} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{144} = 12$ (см)

Відповідь. 12 см

Рівень Б

№ 1022



Дано: ABCD – ромб, $\frac{BD}{AC} = \frac{3}{4}$, P = 80 см

Знайти: S_{ABCD}

Розв'язання.

Якщо $\frac{BD}{AC} = \frac{3}{4}$, то і $\frac{B0}{AO} = \frac{3}{4}$

Нехай BO = 3x, тоді AO = 4x, тоді за теоремою Піфагора

$AB^2 = BO^2 + AO^2 = (3x)^2 + (4x)^2 = 25x^2$

$AB = \sqrt{25x^2} = 5x$

$AB = \frac{1}{4}P = \frac{1}{4} \cdot 80 = 20$ (см)

$5x = 20$; $x = \frac{20}{5} = 4$ (см)

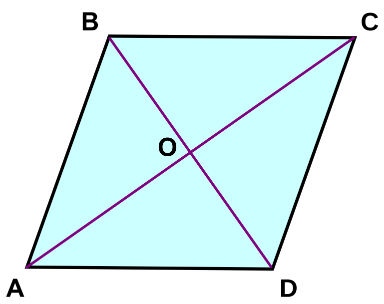
$BD = 2BO = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ (см)

$AC = 2AO = 2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$ (см)

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 32 = 384$ (см^2)

Відповідь. 384 см^2

№ 1023(2)



Дано: ABCD – ромб, AC і BD – діагоналі ромба

$AC = \sqrt{3}$ см, BD = 1 см,

Знайти: ÐBAD і ÐADC

Розв'язування.

$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (см)

$BD = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{2}$ (см)

tgÐOAD $= \frac{OD}{OA} = \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$; ÐOAD = ÐOAB = 30°;

ÐACD = 60°; ÐADC = 180° – ÐBAD = 180° – 60° = 120°

Відповідь. 60°, 120°

Самостійно розв'язати:

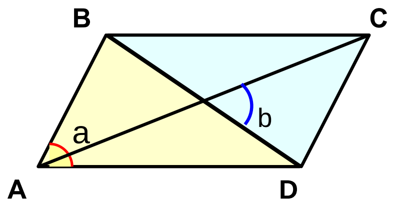
Група А

1. Дано: $d_1 = 8$ см, $d_2 = 11$ см. Знайти площу ромба.
2. № 934; с. 218 (А;3)

Група Б № 1021(1); № 956; с. 218 (Б;2)

Тема. Застосування тригонометричних функцій для обчислення площ. Розв'язування задач, підготовка до КР.

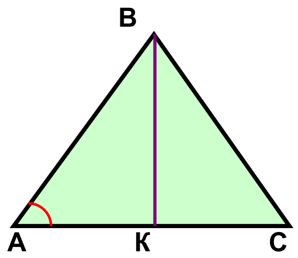
1. Теорема 39. (про площу трикутника)
2. Теорема 40. (про площу паралелограма)
3. Формули для обчислення площ.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AD \cdot \sin a$$
$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin a$$
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD \sin b$$
$$S_{РОМБА} = AB^2 \cdot \sin a$$

Самостійно опрацювати § 23, с. 214 «виконаємо разом»

Приклади розв'язування задач.



№ 1056

Дано: $\triangle ABC$ – рівнобедрений з основою AC, BK – висота, $ÐA = 40°$, $AC = 8$ м

Знайти: а) BK, б) AB, в) S_{ABC}

Розв'язання.

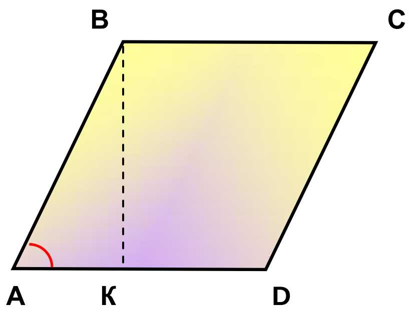
$$AK = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4 (м)$$

$tgÐA = \frac{BK}{AK}$; $BK = AK \cdot tgÐA = \ldots$ **BK » 3,36 м**

$\cos ÐA = \frac{AK}{AB}$; $AB = \frac{AK}{\cos A} = \frac{4}{\cos 40°} = \ldots$ **AB » 5,22 м**

$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin ÐA = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5{,}22 \sin 40° = \ldots$ **S_{ABC} » 13,43 м^2**

Відповідь. 3,36 м; 5,22 м; 13,43 м^2



№ 1058

Дано: ABCD – ромб, AD = 10 м, $S_{ABCD} = 50$ м^2

Знайти: ÐA

Розв'язання.

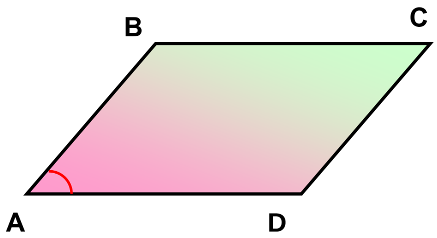
$S_{ABCD} = AD \cdot BK = AD \cdot AB \cdot \sin ÐA = AD^2 \cdot \sin ÐA$;

$$\sin ÐA = \frac{S_{ABCD}}{AD^2} = \frac{50}{10^2} = 0{,}5$$

$ÐA = 30°$

Відповідь.30°

№ 1063



Дано: ABCD – паралелограм, AD = 12 м, $ÐA = 30°$, $S_{ABCD} = 90$ м^2

Знайти: P

Розв'язання.

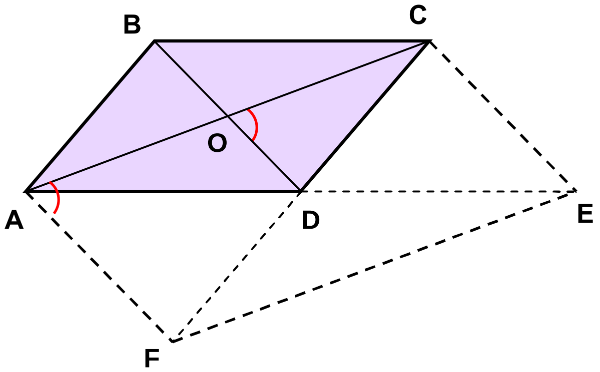
$S_{ABCD} = AD \cdot AB \cdot \sin ÐA$, звідки

$$AB = \frac{S_{ABCD}}{AD \cdot \sin ÐA} = \frac{90}{12 \cdot \sin 30°} = \frac{90}{12 \cdot 0{,}5} = 15 \text{ м}$$

P = 2(AD + AB) = 2(12 + 15) = 54 (м)

Відповідь. 54 м

№ 1080



Дано: **ABCD** – паралелограм, ÐCOD

AC і BD – діагоналі

Довести: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin$ÐCOD

Доведення.

На діагоналі AC добудуємо паралелограм ACEF

ÐCAF = ÐCOD

$S_{ACEF} = AC \cdot AF \sin$ÐCOD

△ACD = △DEF = △ABC (обґрунтуйте!)

△ADF = △CED = △BCD = △ABD (обґрунтуйте!)

$S_{ACEF} = 2S_{ACD} + 2\,S_{ABD} = 2\,S_{ABCD}$

$S_{ACEF} = 2S_{ABCD}$, звідки $S_{ABCD} = \frac{1}{2} S_{ACEF} = \frac{1}{2} AC \cdot AF \sin$ÐCOD $= \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin$ÐCOD

$S_{ACEF} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin$ÐCOD, що й треба було довести.

Самостійно розв’язати:

Група А № 1060, с.219(А;5)

Група Б   № 1075, 1076

Підготовка до КР

с.220 Самостійна робота № 5 (1 *варіант на вибір*)

с. 221 Тестові завдання № 5

с. 222 Типові задачі для КР (2 *задачі на вибір, відповідно до рівня*)