Тема. Поняття площі многокутника. Площа прямокутника(2год)

1. Поняття площі многокутника.
2. Властивості площі многокутника.
3. Рівновеликі фігури.
4. Площа прямокутника.
   Опрацювати за підручником §20 с. 187 – 188
5. Приклади розв'язування задач.

Рівень А

№ 876

Дано: $a_1 = 2$ м, $b_1 = 8$ м; $a_2 = 5$ м

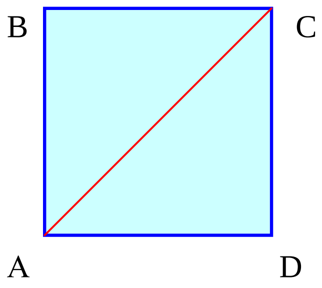
$S_1 = a_1b_1$; $S_2 = a_2b_2$; $S_1 = S_2$; $a_1b_1 = a_2b_2$;

Звідки $b_2 = \dfrac{a_1b_1}{a_2}$; $b_2 = \dfrac{2 \cdot 8}{5} = 3{,}2$ (м)

Відповідь. 3,2 м

Задача. Знайдіть площу квадрата, якщо його діагональ *d*.

Розв'язання.



За умовою AC = d

Позначимо AD = CD = a

△ACD – прямокутний і рівнобедрений

за теоремою Піфагора $d^2 = a^2 + a^2$; $d^2 = 2a^2$, оскільки $S = a^2$,

то $d^2 = 2S$, звідки $S = \dfrac{d^2}{2} = \dfrac{1}{2}d^2$

$\mathbf{S = \frac{1}{2}d^2}$. корисна також формула $\mathbf{d = \sqrt{2S}}$

Відповідь. $\dfrac{1}{2}d^2$

№ 889

$P = 30$ м ; $S = 56$ м^2

Нехай сторони прямокутника a і b, тоді $P = 2(a + b) = 30$(м), півпериметр $a + b = 15$(м)

Площа прямокутника $S = a \cdot b = 56$(м^2).

Складаємо і розв'язуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} a + b = 15 \\ a \cdot b = 56 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 15 - b \\ (15 - b)b = 56 \end{cases}$$

$(15 - b)b = 56$;

$15b - b^2 - 56 = 0$

$-b^2 + 15b - 56 = 0$

$D = 15^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-56) = 225 - 224 = 1$

$b_{12} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \dfrac{-15 \pm \sqrt{1}}{-2}$

$b_1 = \dfrac{-15 - 1}{-2} = 8$; $b_2 = \dfrac{-15 + 1}{-2} = 7$;

якщо $b_1 = 8$, то $a_1 = 15 - 8 = 7$

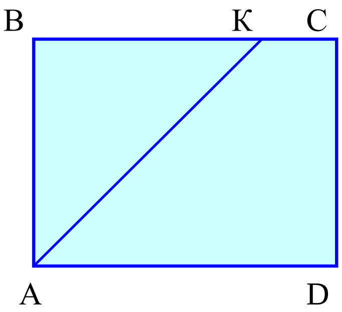
якщо $b_2 = 7$, то $a_2 = 15 - 7 = 8$

отже сторони прямокутника 7 і 8 м.

Відповідь. 7м; 8м.

Рівень Б

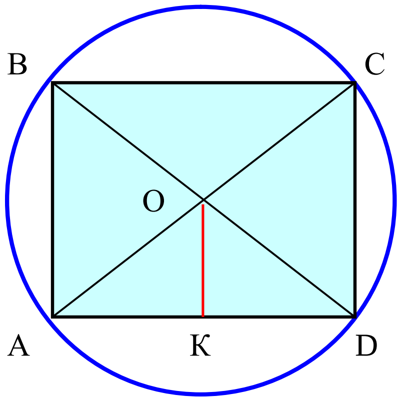
№ 899



Дано: ABCD – прямокутник; AK – бісектриса $\angle A$
BK = 6 см, KC = 2 см
Знайти: S_{ABCD}
Розв'язання.
$\triangle ABK$ – прямокутний; $\angle BAK = 45°$, оскільки AK – бісектриса $\angle A$,
$\angle BKA = 90° - 45° = 45°$, отже $\triangle ABK$- рівнобедрений, тому AB = BK=6см
AD = BC = BK + KC = 6 + 2 = 8(см)

$S_{ABCD} = AD \cdot AB = 8 \cdot 6 = 48(см^2)$.
Відповідь. 48 $см^2$
Другий випадок розглянути самостійно.

№ 903



Дано: ABCD – прямокутник; (O; OA) – описане коло
AD : AB = 4 : 3, OA = r = 25 см
Знайти S_{ABCD}
Розв'язання.
Нехай AB = 3x , тоді AD = 4x
Опустимо з т.O перпендикуляр на AD
$\triangle AOK$ прямокутний, $AK = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} 4x = 2x$

$OK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} 3x = 1{,}5x$

За теоремою Піфагора $OA^2 = AK^2 + OK^2$
$25^2 = (2x)^2 + (1{,}5x)^2$
$625 = 4x^2 + 2{,}25x^2$
$625 = 6{,}25x^2$
$x^2 = 100$;
$x_{12} = \pm\sqrt{100} = \pm 10$
$x_1 = -10$ не задовольняє умову задачі
$x_2 = 10$
тоді $AB = 3x = 3 \cdot 10 = 30$(см); $AD = 4x = 4 \cdot 10 = 40$(см)
$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 30 \cdot 40 = 1200(см^2)$
Відповідь. 1200$см^2$.

Самостійно розв'язати
практичне завдання № 913
Група А № 888
Група Б № 891

Тема. Площа паралелограма. Розв’язування задач на знаходження площі паралелограма. (2год)

Площа паралелограма.

Теорема 34 про площу паралелограма.

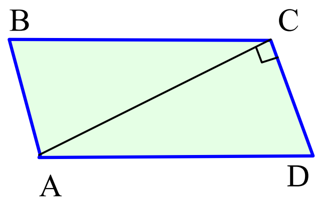
Формула площі паралелограма $S = ah$, де a сторона, h висота до цієї сторони.

Підручник § 21(1) с. 194

Приклади розв’язування задач

Рівень А

№ 925



Дано: ABCD – паралелограм; AC – діагональ

AC = 14см, CD = 25см, $AC \perp CD$

Знайти: S_{ABCD}

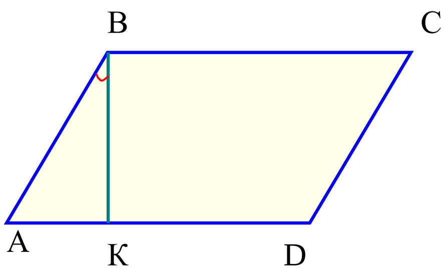
Розв’язання

Оскільки $CD \perp AC$, то площа паралелограма дорівнює добутку сторони на висоту до цієї сторони,

тобто $S_{ABCD} = CD \cdot AC = 25 \cdot 14 = 350$ см^2

Відповідь. 350 см^2

№ 927



Дано: ABCD – паралелограм; AB = 4 см; BC = 5 см

$\angle ABC = 120°$

Знайти: S_{ABCD}

Розв’язання.

Проведемо $BK \perp AD$, тоді $S_{ABCD} = AD \cdot BK$, де

AD = BC = 5 см

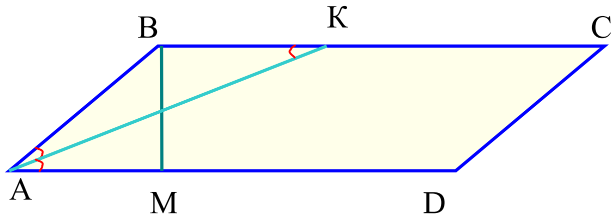
$\angle ABK = \angle ABC - \angle KBC = 120° - 90° = 30°$

$\triangle ABK$ прямокутний, $AK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} 4 = 2$(см), за властивістю до кута 30°. За теоремою Піфагора $BK^2 = AB^2 - AK^2$, $BK^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$(см). $BK = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ (см).

$S_{ABCD} = AD \cdot BK = 5 \cdot 2\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ (см^2).

Відповідь. $10\sqrt{3}$ (см^2).

№ 930



Дано: ABCD – паралелограм; AK – бісектриса кута A, $\angle A = 30°$, BK = 12 см, KC = 20 см.

Знайти: S_{ABCD}

$S_{ABCD} = AD \cdot BM$

AD = BC = BK + KC = 12 + 20 = 32(см)

AK – бісектриса A, тому $\angle BAK = \angle KAD$, оскільки AD BC, AK січна, то $\angle KAD = \angle BKA$ – внутрішні різносторонні кути при паралельних прямих і січній, звідси $\angle BAK = \angle BKA$, отже $\triangle ABK$ – рівнобедрений з основою AK, тоді AB = BK = 12см.

З прямокутного $\triangle ABM$ у якого $\angle A = 30°$ знаходимо: $BM = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$(см)

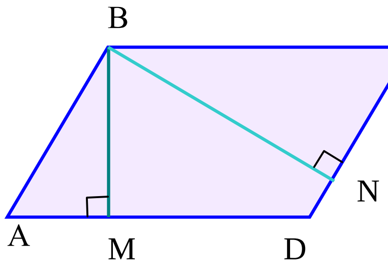
$S_{ABCD} = AD \cdot BM = 32 \cdot 6 = 192$ (см^2)

Відповідь. 192см^2

Другий випадок розглянути самостійно.

Рівень Б

№ 950



Дано: ABCD – паралелограм, $BM \perp AD$, $BN \perp CD$, BM = 4 см, BN = 5 см, $P_{ABCD} = 36$ см.

Знайти: S_{ABCD}

Розв’язання:

$S_{ABCD} = AD \cdot BM$, $S_{ABCD} = CD \cdot BN$

$P_{ABCD} = 2 \cdot (AD + CD) = 36$(см), тоді $AD + CD = 18$(см)

Нехай AD = x, тоді CD = 18 – x, тоді

$S_{ABCD} = AD \cdot BM = x \cdot 4 = 4x$;

$S_{ABCD} = CD \cdot BN = (18 - x) \cdot 5 = 90 - 5x$

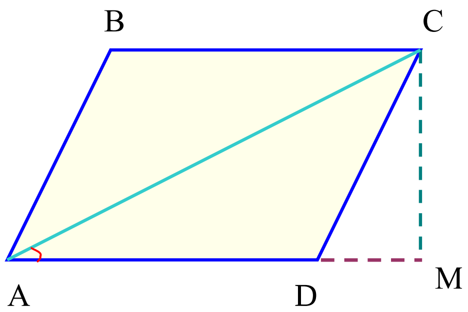
Ліві частини рівностей рівні, тому рівні і праві: $4x = 90 - 5x$, звідки

$9x = 90$, $x = 10$, отже AD = 10 см

$S_{ABCD} = AD \cdot BM = 4x = 4 \cdot 10 = 40$(см^2)

<u>Відповідь</u>. 40см^2

№ 953



Дано: ABCD – паралелограм, $CM \perp AD$, AD = 8м, AC = 14м, $\angle CAD = 30°$.

Знайти: S_{ABCD}

Розв’язання:

$S_{ABCD} = AD \cdot CM$. Розглядаємо $\triangle ACM$ – прямокутний,

$\angle CAD = 30°$, то $CM = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} 14 = 7$ (м), тоді

$S_{ABCD} = AD \cdot CM = 8 \cdot 7 = 56$(м^2)

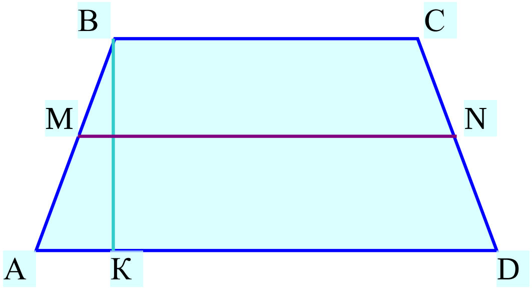
<u>Відповідь</u>. 56м^2

Самостійно розв’язати

Група А № 924, 926

Група Б № 948, 951

Тема. Площа трапеції. Розв’язування задач на знаходження площі трапеції. (2год)



Площа трапеції. Теорема 35 про обчислення площі трапеції: $S = \frac{1}{2}(a + b)h$, a і b основи., h – висота.

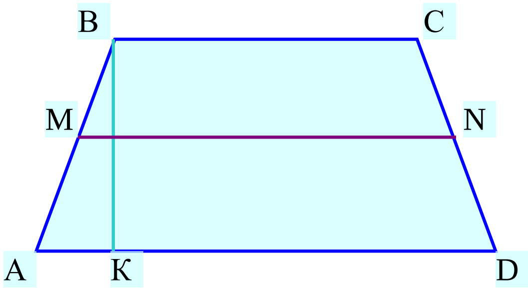
Наслідок з теореми про площу трапеції: $S = \frac{a+b}{2}h$, $\frac{a+b}{2}$ – середня лінія, h – висота.

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BK$; $S_{ABCD} = MN \cdot BK$

Приклади розв’язування задач

Рівень А

№ 938

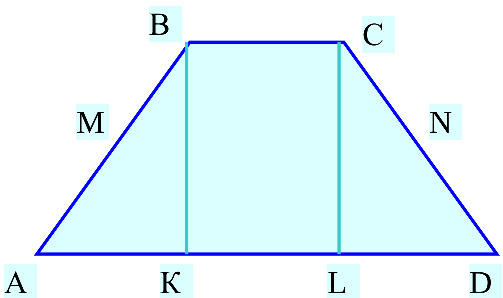


Дано: ABCD трапеція, MN – середня лінія, BK – висота.
MN = 23дм = 2,3 м, $S_{ABCD} = 0{,}23м^2$
Знайти: BK.
Розв’язання:

$S_{ABCD} = MN \cdot BK$, звідси $BK = \frac{S_{ABCD}}{MN} = \frac{0{,}23}{2{,}3} = 0{,}1$(м)

Відповідь. 0,1 м

№ 941



Дано: ABCD рівнобічна трапеція, BK – висота,
$\angle ABC = 135°$, AK = 1,4 см, K D = 3,4 см.
Знайти: S_{ABCD}
Розв’язання:

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BK$;

AD = AK + KD = 1,4 + 3,4 = 4,8(см)

$\angle BAK = 180° - \angle ABC = 180° - 135° = 45°$, тому

$\angle ABK = 90° - 45° = 45°$, отже $\triangle ABK$ – рівнобедрений, а значить BK = AK = 1,4 см.

$\triangle CDL = \triangle ABK$, (прямокутні, за гіпотенузою і гострим кутом)

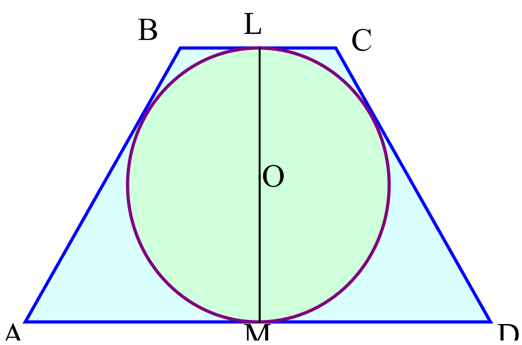
тому LD = AK = 1,4(см)

BC = KD – LD = 3,4 – 1,4 = 2(см)

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BK = \frac{1}{2}(4{,}8 + 2) \cdot 1{,}4 = 4{,}76(см^2)$

Відповідь. $4{,}76см^2$

№ 943



Дано: ABCD рівнобічна трапеція, BK – висота, (O;OK) – вписане коло, AB = 70 см, OK = OL = OM = 25 см.
Знайти: S_{ABCD}
Розв’язання:

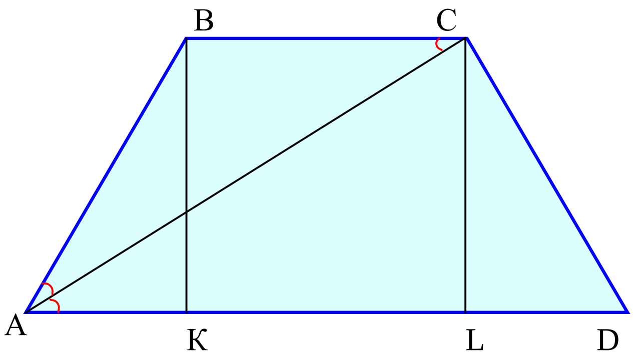
$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot LM$;

$LM = 2 \cdot OL = 2 \cdot 25 = 50$(см)

Оскільки коло вписане у трапецію, то
$AD + BC = AB + CD$, $AD + BC = 2\ AB = 2 \cdot 70 = 140$(см)
$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot\ LM = \frac{1}{2} 140 \cdot 50 = 3500$(см^2)
Відповідь. 3500 см^2

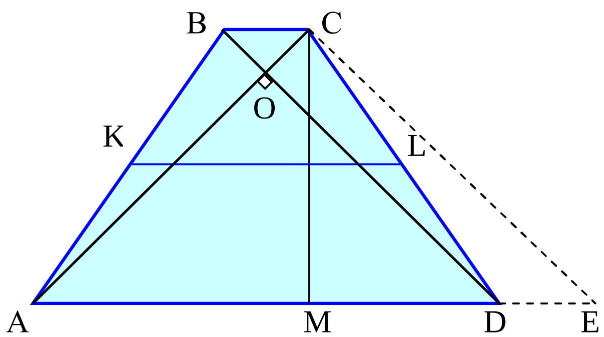
Рівень Б

№ 967



Дано: ABCD рівнобічна трапеція,
AD = 22 см, BC = 10 см,
AC – бісектриса ÐA
Знайти: S_{ABCD}
Розв’язання:
$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot\ BK$;
Оскільки AC – бісектриса, ÐBAC = ÐCAK;
ÐBCA = ÐCAK(внутрішні різносторонні кути);
тому ÐBAC = ÐBCA і отже △ABC – рівнобедрений, тому AB = BC = 10 см
Оскільки трапеція рівнобічна,
то AK = LD значить $2 \cdot AK = AD – KL = AD – BC = 22 – 10 = 12$(см); AK = 6 см
З △ABK за теоремою Піфагора BK2 = AB2 – AK2,
звідки $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$ (см)
$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot\ BK = \frac{1}{2}(22 + 10) \cdot\ 8 = 128$(см^2)
Відповідь. 128 см^2

№ 970



Дано: ABCD рівнобічна трапеція,
AC ^ BE
KL = a
Знайти: S_{ABCD}
Розв’язання:
$S_{ABCD} = KL \cdot CM$;
Проведемо пряму CE||BD, до перетину з прямою AD,
CE = BD; DE = BC
△ACE прямокутний і рівнобедрений,
ÐE = 45°, тому прямокутний трикутник △CME також рівнобедрений, тому
$CM = ME = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{2}(AD + DE) = \frac{1}{2}(AD + BC) = a$
$S_{ABCD} = KL \cdot CM = a \cdot a = a^2$
Відповідь a^2

Самостійно розв’язати
Практичне завдання №977
Група А № 937,942
Група Б № 945,974