Алгебра 8 клас

<u>Тема</u>. Квадратний тричлен, його корені. Розкладання тричлена на лінійні множники. (2год.)

1. Означення квадратного тричлена
2. Корені квадратного тричлена
3. Розкладання квадратного тричлена на множники: $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = a\,(x-x_1)(x-x_2)}$, де x_1 та x_2 – корені даного тричлена.

4.Вправи 1,2 с.183,с.184

[п.23 с.182 – 185]

Зразок розкладання квадратного тричлена на множники:

рівень А

№ 775(а)

Щоб знайти корені квадратного тричлена $x^2 - 8x - 9$, потрібно розв’язати квадратне рівняння $x^2 - 8x - 9 = 0$.

За формулою коренів квадратного рівняння:

$D = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4\cdot1\cdot(-9) = 64 + 36 = 100$

$x_{1;2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \dfrac{8 \pm \sqrt{100}}{2}$

$x_1 = \dfrac{8-10}{2} = -1;\ x_2 = \dfrac{8+10}{2} = 9$,

За теоремою Вієта:

$x_1 + x_2 = 8$

$x_1 \cdot x_2 = -9$, звідки $x_1 = -1,\ x_2 = 9$

Отже даний квадратний тричлен має два корені: –1 та 9

<u>Відповідь.</u> –1;9.

№ 778(в)

$x^2 + 8x + 15 = (x + 5)(x + 3)$

За теоремою Вієта:

$x^2 + 8x + 15 = 0$

$x_1 + x_2 = -8$

$x_1 \cdot x_2 = 15$, отже $x_1 = -5,\ x_2 = -3$

<u>Відповідь.</u> $(x + 5)(x + 3)$.

№ 778(е)

$3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x - 1)^2$

За формулою $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

<u>Відповідь.</u> $3(x - 1)^2$.

№ 775(в)

$3x^2 + 2x + 3 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\cdot3\cdot3 = 4 - 36 = -32$; $D < 0$ – рівняння немає розв’язків, отже квадратний тричлен $3x^2 + 2x + 3$ на лінійні множники не розкладається.

Вправа 2 с.184 (опрацювати самостійно)

рівень Б

№ 783(б)

Розкладаємо квадратний тричлен $6x^2 - 5x + 1$ на множники:

$6x^2 - 5x + 1 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4\cdot6\cdot1 = 25 - 24 = 1$

$x_1 = \frac{5-1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$; $\qquad$ $x_2 = \frac{5+1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$;

$6x^2 - 5x + 1 = 6(x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{2}) = 3(x - \frac{1}{3})2(x - \frac{1}{2}) = (3x - 1)(2x - 1)$, отже

$\frac{6x^2 - 5x + 1}{4x^2 - 1} = \frac{(3x-1)(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{3x-1}{2x+1}$

Відповідь. $\frac{3x-1}{2x+1}$

№ 785(а)

$\frac{2m^2 + 3m - 2}{m^2 + m - 2} : \frac{2m-1}{m-1} =$

$= \frac{(2m^2 + 3m - 2)(m-1)}{(m^2 + m - 2)(2m-1)} =$

$= \frac{(m+2)(2m-1)(m-1)}{(m+2)(m-1)(2m-1)} = 1$

$2m^2 + 3m - 2 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 9 + 16 = 25$

$m_1 = \frac{-3-5}{2 \cdot 2} = \frac{-8}{4} = -2$

$m_2 = \frac{-3+5}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$2m^2 + 3m - 2 = 2(m+2)(m - \frac{1}{2}) = (m+2)(2m-1)$

$m^2 + m - 2 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 9$

$m_1 = \frac{-1-3}{2} = -2$

$m_1 = \frac{-1+3}{2} = 1$

$m^2 + m - 2 = (m+2)(m-1)$

Відповідь.1

Самостійно розв’язати:

група А № 774,776,779

група Б № 781(а, б),784(а),786

<u>Тема</u>. Розв’язування раціональних рівнянь, що зводяться до квадратних, біквадратні рівняння. (2 год.)

1. Дробові раціональні рівняння.

Рівень А

№ 796(а)

$\frac{x^2 - x}{x+4} = 0 \qquad \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x + 4 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x(x-1) = 0 \\ x \neq -4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 0,\ x - 1 = 0 \\ x \neq -4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 0,\ x = 1 \\ x \neq -4 \end{cases}$

Відповідь. 0; 1

№ 796(в)

$\frac{3y^2 - 5y - 2}{4 - y} = 0 \qquad \begin{cases} 3y^2 - 5y - 2 = 0 \\ 4 - y \neq 0 \end{cases}$

Розв’яжемо рівняння:

$3y^2 - 5y - 2 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25 + 24 = 49$

$y_{1;2} \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 3}$;

$y_1 = \frac{5-7}{6} = -\frac{1}{3}$; $y_2 = \frac{5+7}{6} = 2$

якщо $y_1 = -\frac{1}{3}$, $y_2 = 2$, то знаменник $4 - y \neq 0$, отже $y_1 = -\frac{1}{3}$, $y_2 = 2$ – корені рівняння

Відповідь. $-\frac{1}{3}$; 2

Рівень Б

№ 804(а)

$\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 16} = 0$ $\quad \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \\ (x-4)(x+4) \neq 0 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \\ x \neq 4 \; x \neq -4 \end{cases}$

$x^2 + x - 12 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49$

$x_{1;2} \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2}$

$x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4$ $\quad x_2 = \frac{-1+7}{2} = 3$

оскільки при $x \neq -4$, знаменник дорівнює 0 (що недопустимо!), то дане рівняння має один корінь $x = 3$.

Відповідь. 3

№ 806(а)

$\frac{8x - 5}{x} = \frac{9x}{x + 2}$

При умові, що $x \neq 0$ і $x + 2 \neq 0$, тобто $x \neq -2$, за основною властивістю пропорції:

$(8x - 5)(x + 2) = x \cdot 9x$

$8x^2 + 16x - 5x - 10 = 9x^2$

$8x^2 + 16x - 5x - 10 - 9x^2 = 0$

$-x^2 + 11x - 10 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 11^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10) = 121 - 40 = 81$

$x_{1;2} \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-11 \pm \sqrt{81}}{-2}$

$x_1 = \frac{-11 - 9}{-2} = 10$

$x_2 = \frac{-11 + 9}{-2} = 1$

Відповідь. 10; 1

Примітка! На с.187 (приклад 1) аналогічне рівняння розв’язане іншим способом. Розв’язувати можна будь-яким способом, але слід мати на увазі умову, що при знайдених значеннях x знаменник не може дорівнювати нулю.

2. Біквадратне рівняння.

а) Означення (с.187): $\boldsymbol{ax^4 + bx^2 + c = 0, a \neq 0}$

б) Заміна змінної: $x^2 = y$, тоді матимемо квадратне рівняння $\boldsymbol{ay^2 + by + c = 0, a \neq 0}$

в) Приклад 2 (с.188) – опрацювати самостійно.

Рівень А

№ 802(а)

$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

заміна змінної $x^2 = y$, $y^2 - 5y + 4 = 0$; за теоремою Вієта $y_1 = 1$; $y_2 = 4$

повертаючись до заміни $x^2 = y$ матимемо:

$x^2 = 1$; $x_{12} = \pm\sqrt{1}$; $x_1 = -1$, $x_2 = 1$
$x^2 = 4$; $x_{34} = \pm\sqrt{4}$; $x_3 = -2$, $x_4 = 2$
Відповідь. –2; –1; 1; 2.

№ 802(в)
$x^4 - x^2 - 6 = 0$
заміна змінної $x^2 = y$, $y^2 - y - 6 = 0$; за теоремою Вієта $y_1 = -2$; $y_2 = 3$
повертаючись до заміни $x^2 = y$ матимемо:
$x^2 = -2$;   рівняння немає коренів
$x^2 = 3$; $x_{12} = \pm\sqrt{3}$; $x_1 = -\sqrt{3}$, $x_2 = \sqrt{3}$
Відповідь. $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$

Рівень Б
№ 812(а)
$2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$
заміна змінної $x^2 = y$, $2y^2 - 9y + 4 = 0$

$D = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4\cdot2\cdot4 = 81 - 32 = 49$

$y_{1;2} \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{4}$

$y_1 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2}$

$y_2 = \frac{9+7}{4} = 4$

повертаючись до заміни $x^2 = y$ матимемо:
$x^2 = \frac{1}{2}$; $x_{12} = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$; $x_1 = -\sqrt{\frac{1}{2}}$, $x_2 = \sqrt{\frac{1}{2}}$
$x^2 = 4$; $x_{34} = \pm\sqrt{4}$; $x_3 = -2$; $x_4 = 2$
Відповідь. –2; $-\sqrt{\frac{1}{2}}$; $\sqrt{\frac{1}{2}}$; 2.

№ 802(в)
$(x-4)^4 - 3(x-4)^2 - 4 = 0$
заміна змінної $(x-4)^2 = y$; $y^2 - 3y - 4 = 0$; за теоремою Вієта $y_1 = -1$; $y_2 = 4$;
повертаючись до заміни матимемо:
$(x-4)^2 = -1$
$x^2 - 8x + 16 - 1 = 0$
$x^2 - 8x + 15 = 0$; за теоремою Вієта $x_1 = 3$; $x_2 = 5$;
$(x-4)^2 = 4$
$x^2 - 8x + 16 - 4 = 0$
$x^2 - 8x + 12 = 0$; за теоремою Вієта $x_3 = 2$; $x_4 = 6$;
Відповідь. 2; 3; 5; 6.
Самостійно розв’язати:
група А № 797, 799(а), 803
група Б № 801(а,б), 805, 813(а,б)