

Збірник формул (алгебра)

Ознаки подільності чисел

2. На 2 ділиться без остачі будь-яке **ціле число**, остання цифра якого парна.
3. Число ділиться на 3 тоді, коли сума його цифр ділиться на 3.
4. Число ділиться на 4 тоді, коли його останні дві цифри утворюють число подільне на 4.
5. На 5 ділиться будь-яке ціле число, остання цифра якого дорівнює 5 або 0.
6. Число ділиться на 6 тоді і тільки тоді, коли воно ділиться на 2 та на 3.
7. Число 7 буде дільником заданого числа у випадку якщо виконується одне з правил: Якщо потроєна сума десятків разом з одиницями ділиться на 7.
8. Число ділиться на 8 тоді і тільки тоді, якщо число, утворене його трьома останніми цифрами ділиться на 8.
9. Число ділиться на 9 тоді і тільки тоді, якщо сума його цифр у десятиковому запису ділиться на 9.

НСК

Щоб знайти НСК двох чисел, необхідно:

- розкласти дані числа на прості множники;
- скласти добуток усіх простих множників;
- обчислити складений добуток.

НСД

Щоб знайти НСД двох або кількох чисел, необхідно:

- розкласти дані числа на прості множники;
- обчислити добуток усіх спільних простих множників;
- складений добуток.

Властивості степеня

$$\begin{aligned}a^0 &= 1 & (a \cdot b)^x &= a^x \cdot b^x \\a^x \cdot a^y &= a^{x+y} & \left(\frac{a}{b}\right)^x &= \frac{a^x}{b^x} \\ \frac{a^x}{a^y} &= a^{x-y} & a^{-x} &= \frac{1}{a^x} \\(a^x)^y &= a^{x \cdot y}\end{aligned}$$

Многочлени

$$\begin{aligned}a^2 - b^2 &= (a - b)(a + b) \\(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\(a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\(a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\(a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\a^3 + b^3 &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\a^3 - b^3 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

Квадратне Рівняння

$$\begin{aligned}ax^2 + bx + c &= 0 \\x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ де } D = b^2 - 4ac.\end{aligned}$$

Теорема (Вієта)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \\ax^2 + bx + c &= a(x - x_1)(x - x_2), \\ \text{де } x_1 \text{ і } x_2 &= \text{корені рівняння}\end{aligned}$$

Властивості арифметичних коренів

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$(\sqrt[n]{a})^n = a, (a \geq 0)$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0)$$

$$\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}, \text{ якщо } 0 \leq a < b$$

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$$

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & \text{при } a \geq 0, \\ -a, & \text{при } a < 0 \end{cases}$$

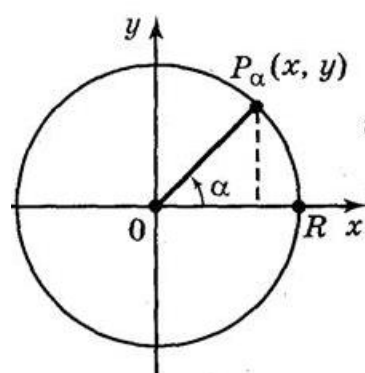
$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[kn]{a}$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$$

$$\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a}, a \geq 0$$

Тригонометрія



Тригонометричні функції
довільного кута

$$\sin \alpha = \frac{y}{R}, \cos \alpha = \frac{x}{R}, \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$

$$\begin{aligned} \sin(180^\circ - \alpha) &= \sin \alpha, \\ \cos(180^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha, \\ \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) &= -\operatorname{tg} \alpha \end{aligned}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Не існує	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	Не існує	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	Не існує

u	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$-\alpha$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\pi - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$
$\sin u$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
$\cos u$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
$\operatorname{tg} u$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\operatorname{ctg} u$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$$

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}, k = 2, 3, \dots, n - 1$$

$$a_k + a_m = a_p + a_q, \text{ де } k + m = p + q$$

a_1 - перший член; d - різниця; n - число членів; a_n - n -й член; S_n - сума n перших членів.

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

b_1 - перший член, q - знаменник ($q \neq 0$), n - число членів, b_n - n -й член,

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$b_k^2 = b_{k-1} \cdot b_{k+1}, k = 2, 3, \dots, (n - 1)$$

$$b_k \cdot b_m = b_p \cdot b_q, \text{ де } k + m = p + q$$

$$S = \frac{b_1}{1 - q}, \text{ де } |q| < 1$$

S - сума нескінченної геометричної прогресії.

Функції

Функцію $y=f(x)$, $x \in X$ називають **парною**, якщо для будь-якого значення x з множини X виконується рівність $f(-x)=f(x)$.

Графіки парної функції симетричні відносно прямої Oy .

Функцію $y=f(x)$, $x \in X$ називають **непарною**, якщо для будь-якого значення x з множини X виконується рівність $f(-x)=-f(x)$.

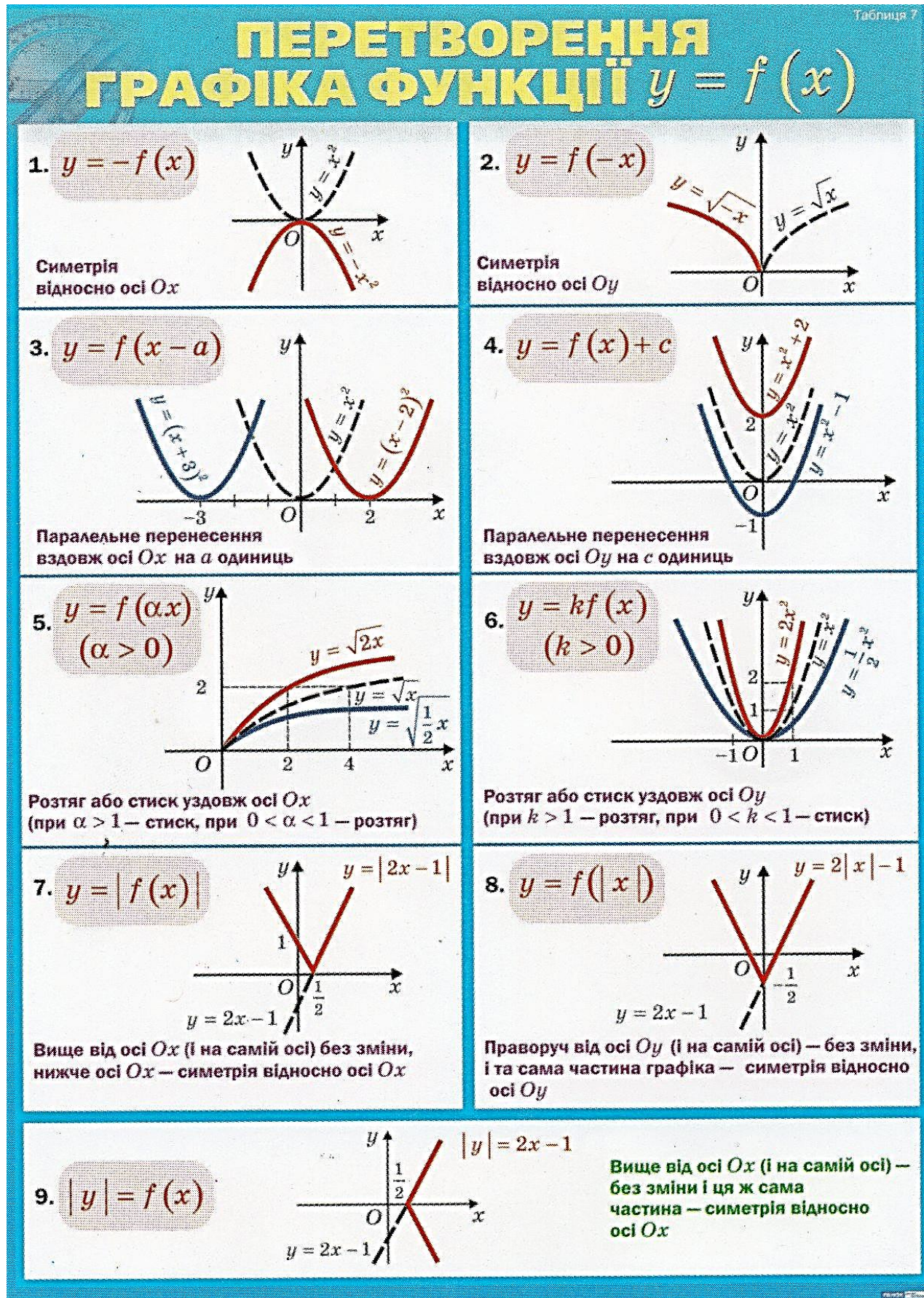
Графіки непарної функції симетричні відносно початку координат.

Лінійна функція — це функція, яку можна задати формулою $y=kx+m$, де x — незалежна змінна, k (tg кута нахилу до осі i) та m — деякі числа.

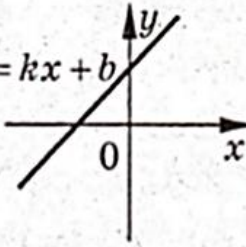
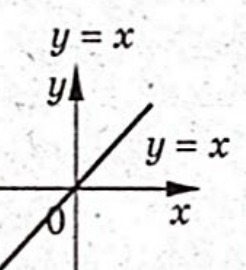
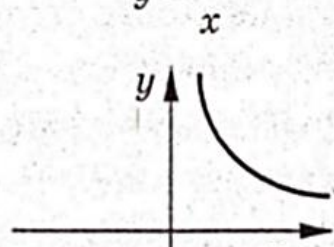
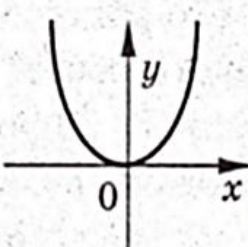
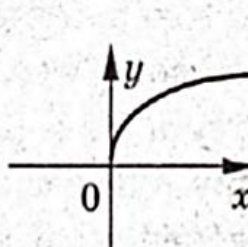
Обернена функція

Функцію, яка набуває кожного свого значення в єдиній точці області визначення, називають **оборотною**.

Графіки даної функції і оберненої до неї симетричні відносно прямої $y=x$.



Основні види елементарних функцій та їх графіки.

Лінійна функція	Обернена пропорційність	Квадратична функція	Квадратний корінь
$y = kx + b$  $D = \mathbb{R}, E = \mathbb{R}$ 	$y = \frac{1}{x}$  $D = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ $E = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$	$y = x^2$  $D = \mathbb{R}$ $E = [0; +\infty)$	$y = \sqrt{x}$  $D = [0; +\infty)$ $E = [0; +\infty)$

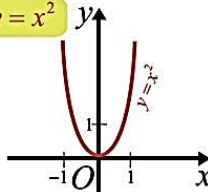
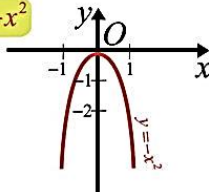
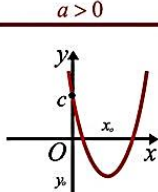
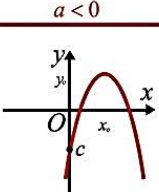
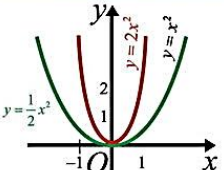
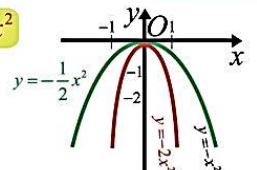
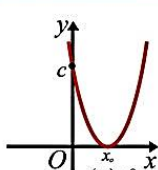
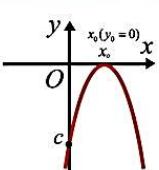
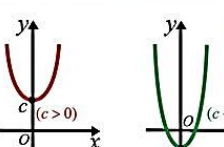
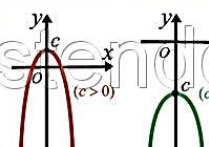
КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ ТА ЇЇ ГРАФІК

Квадратичною функцією називається функція виду $y = ax^2 + bx + c$, де $a \neq 0$

Графіком квадратичної функції $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) є парабола, вітки якої направлені вгору при $a > 0$ і вниз при $a < 0$

Координати вершини $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $y_0 = y_0(x_0) = -\frac{D}{4a}$; $D = b^2 - 4ac$
параболи:

РОЗМІЩЕННЯ ГРАФІКІВ ДЕЯКИХ КВАДРАТИЧНИХ ФУНКЦІЙ

$a > 0$	$a < 0$	$y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$		
$y = x^2$ 	$y = -x^2$ 	$D > 0$ Графік перетинає вісь у двох точках	$a > 0$ 	$a < 0$ 
	$y = ax^2$ 	$D = 0$ Графік дотикається до осі		
		$D < 0$ Графік не перетинає вісь	